Моделирование лавинно-стримерного перехода и развития положительного стримера в воздухе

Выполнил:
студент 6 курса Пек Б.Э.

Руководитель:
д. физ-мат. н., профессор Стишков Ю.К.

Рецензент:
д. физ-мат. н., профессор Ключарев А.Н.

Постановка задачи

- Расчет лавинно-стримерного перехода и развитие стримера в дрейфово-диффузионном приближении с минимально возможным числом уравнений.
- Анализ результатов.
- Сравнение с другими моделями и с экспериментальными данными.

Система уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial n_e}{\partial t} + div\left[-D_e \nabla n_e - b_e n_e \vec{E}\right] = \nu_{ion}(E)\, n_e - \nu_{adh}(E)\, n_e - c_{ei} n_e n_+ + S_{ph} + S_{un} \\ \frac{\partial n_+}{\partial t} + div\left[-D_+ \nabla n_+ + b_+ n_+ \vec{E}\right] = \nu_{ion}(E)\, n_e - c_{ei} n_e n_+ - c_{ii} n_+ n_- + S_{ph} + S_{un} \\ \frac{\partial n_-}{\partial t} + div\left[-D_- \nabla n_- - b_- n_- \vec{E}\right] = \nu_{adh}(E)\, n_e - c_{ii} n_+ n_- \\ \Delta\varphi = -\frac{e}{\varepsilon_0}(n_+ - n_- - n_e); \quad \vec{E} = -\nabla\varphi \end{cases}$$

$v_{ion}(E)$ – частота ударной ионизации [1/м^3·с]

$v_{adh}(E)$ – частота прилипания [1/м^3·с]

c_{ei} – коэффициент электрон-ионной рекомбинации [м^3/с]

c_{ii} – коэффициент ион-ионной рекомбинации [м^3/с]

Для учета внешнего источника фотоионизации:

$$S_{un} = \frac{n_{max} - n_e}{\tau} \qquad \tau = 0.01 \text{ нс} \qquad n_{max} = 10^7 \text{ м}^{-3}$$

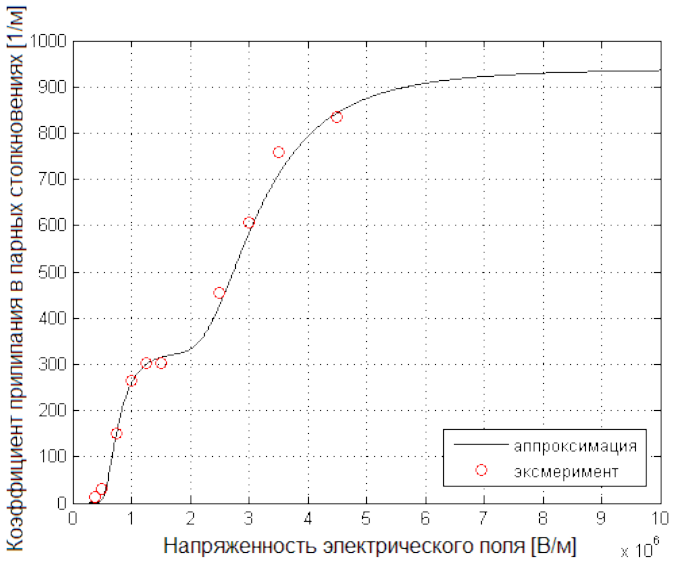
Для учета фотоионизации излучением стримера:

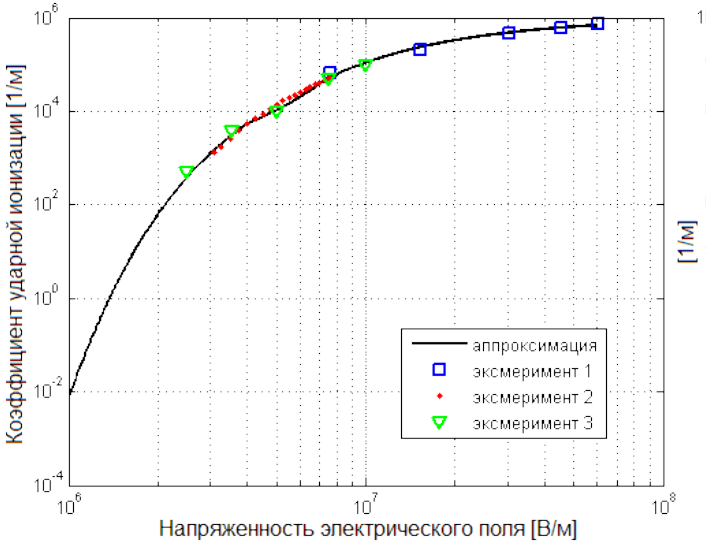
$$S_{ph} = c l n_{ph} \qquad -\Delta n_{ph} = -l^2 n_{ph} + g\nu_{ion}(E)\, n_e$$

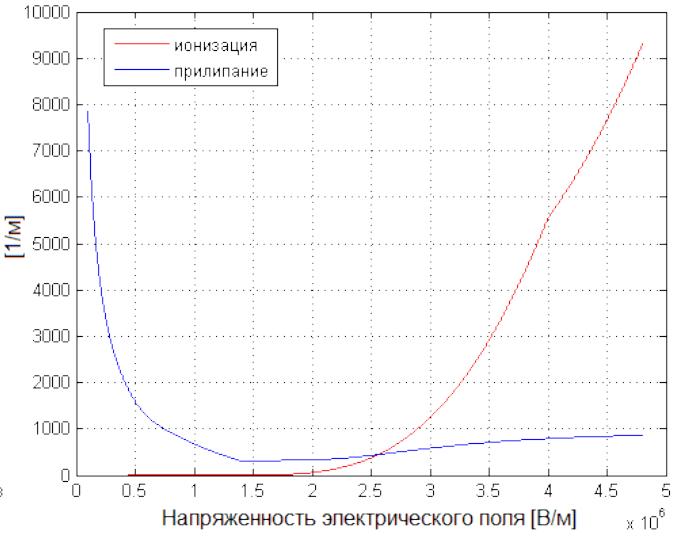
l – коэффициент поглощения ионизующего излучения в воздухе [1/м]

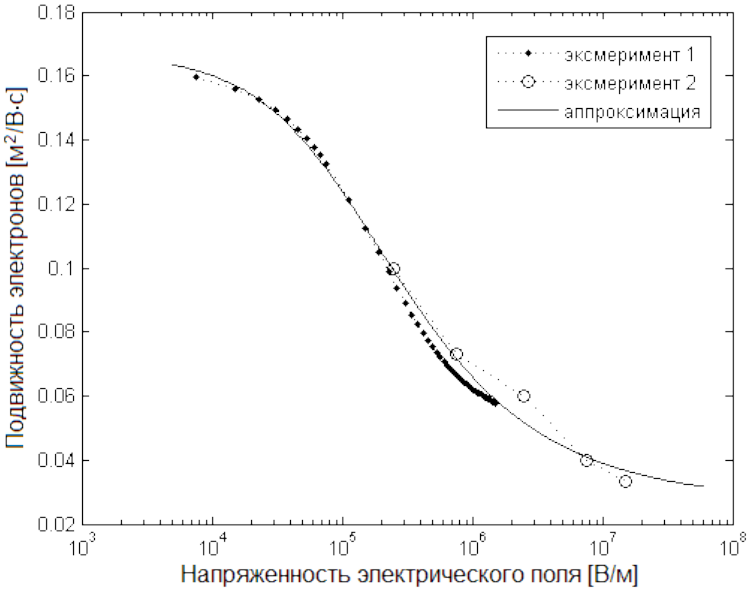
g – коэффициент мощности фотоионизации (безразмерный). Характеризует отношение частоты производства ионизующих фотонов к частоте ударной ионизации.

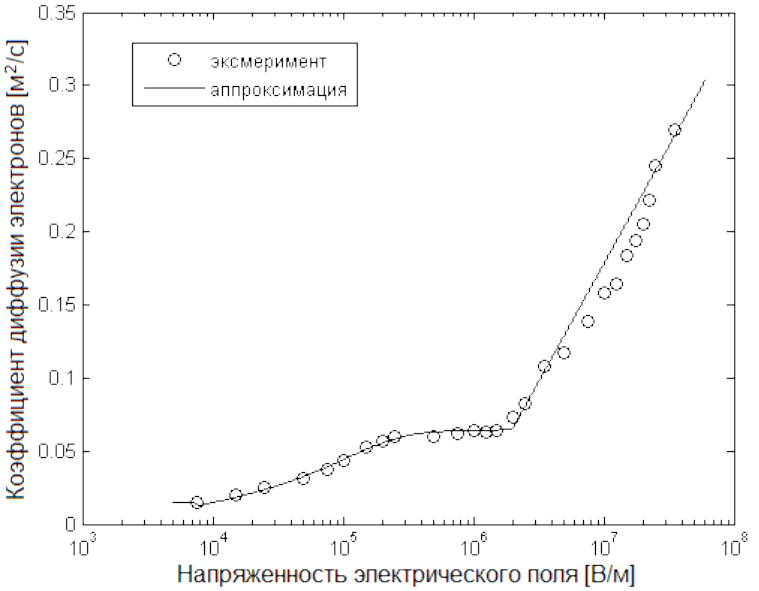
Параметры модели









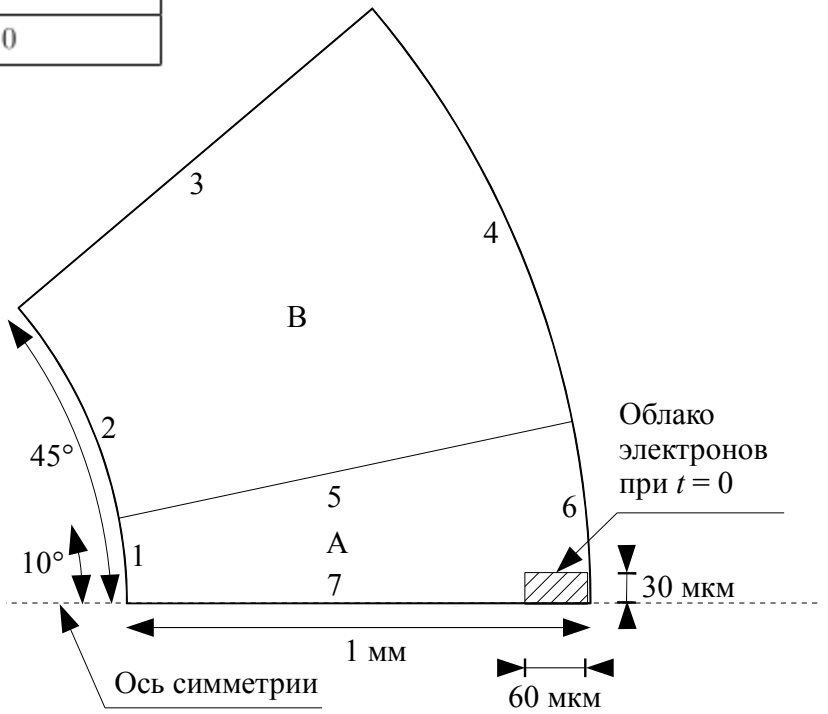


Граничные и начальные условия

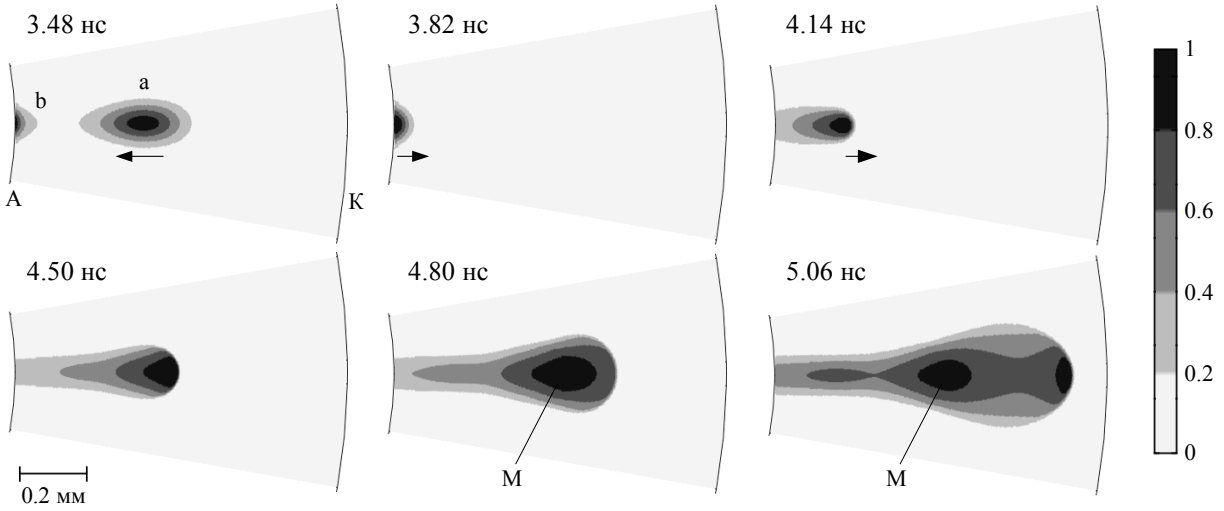
Р	Электрический потенциал φ	Концентрации электронов n_e, ионов n_+ и n_-	Концентрация фотонов n_{ph}
1	$\varphi = 0$	$-D_+\nabla n_+ + b_+ n_+ \vec{E} = 0$	$n_{ph} = 0$
2	$\varphi = 0$	-	$n_{ph} = 0$
3	$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = E_n = 0$	-	$\frac{\partial n_{ph}}{\partial n} = 0$
4	$\varphi = -10$ кВ	-	$n_{ph} = 0$
5	-	$-D_+\nabla n_+ + b_+ n_+ \vec{E} = 0$ $-D_e\nabla n_e - b_e n_e \vec{E} = 0$ $-D_-\nabla n_- - b_- n_- \vec{E} = 0$	-
6	$\varphi = -10$ кВ	$-D_e\nabla n_e - b_e n_e \vec{E} = 0$ $-D_-\nabla n_- - b_- n_- \vec{E} = 0$	$n_{ph} = 0$
7	$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial n_e}{\partial n} = 0;\ \frac{\partial n_+}{\partial n} = 0;\ \frac{\partial n_-}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial n_{ph}}{\partial n} = 0$

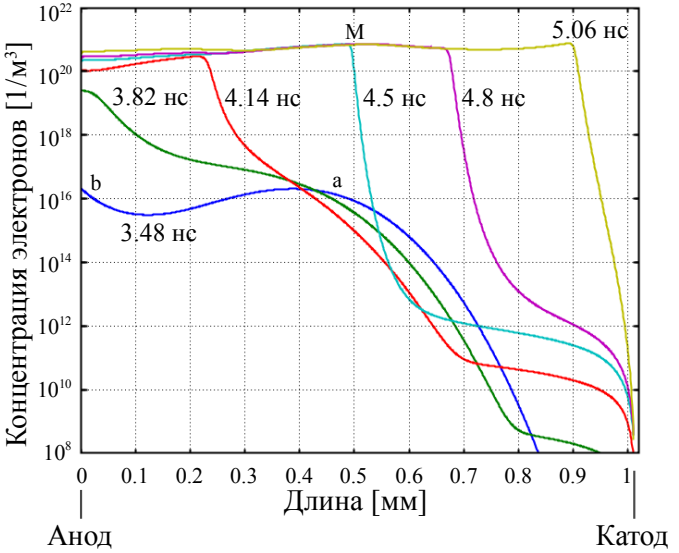
Система электродов: сфера–сфера.
Радиус внутренней сферы 1 мм, внешней – 2.01 мм.
Поле слабо-неоднородное: коэффициент неоднородности равен двум.

В качестве начальных условий (НУ) вблизи катода задано начальное облако электронов с концентрацией 10^{16} 1/м^3, в остальном пространстве начальная концентрация электронов задана равной нулю. Концентрации других частиц в начальный момент времени предполагаются равными нулю.

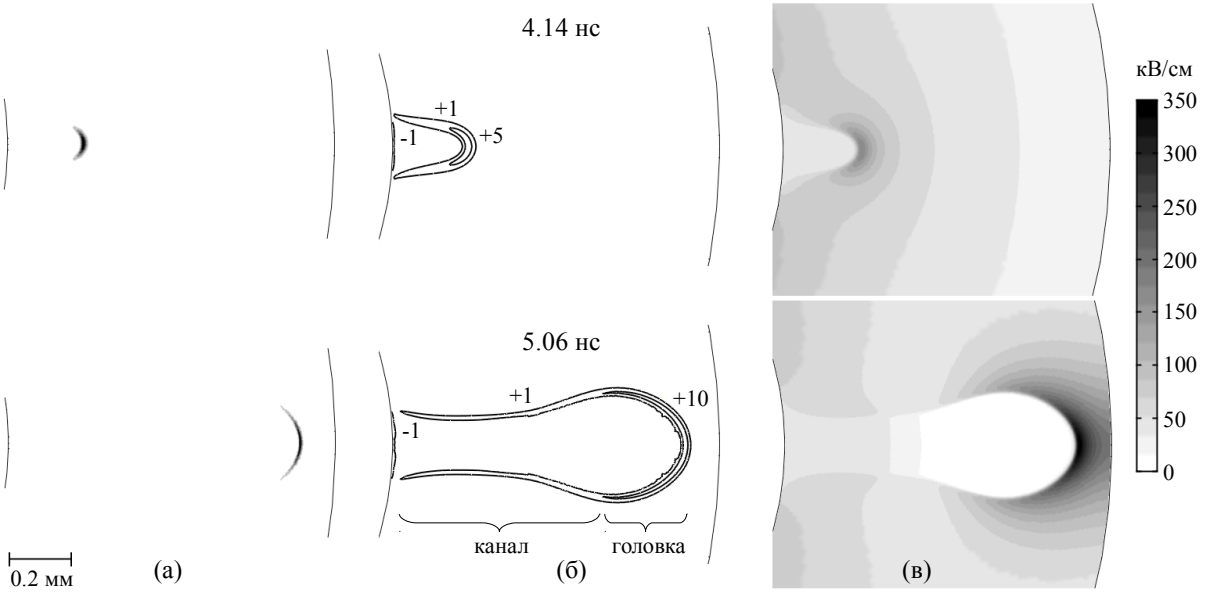


Анализ результатов



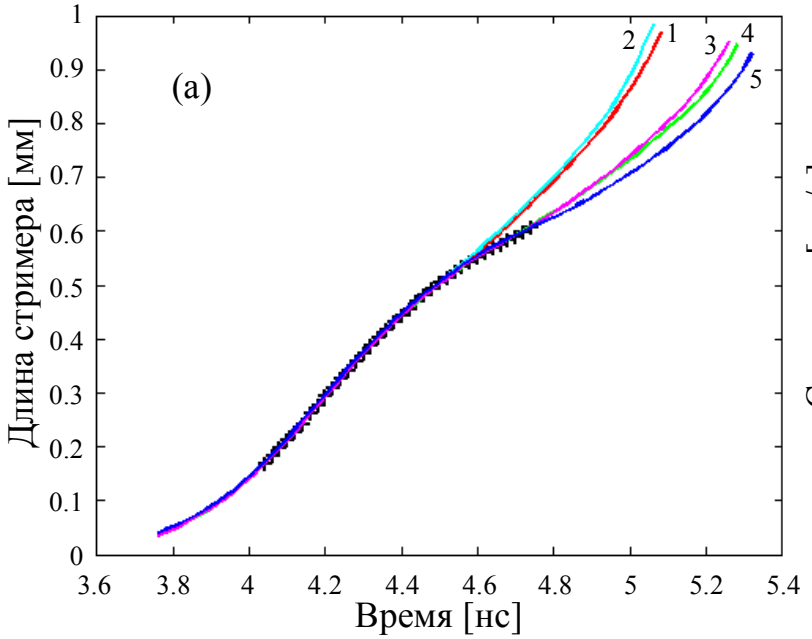


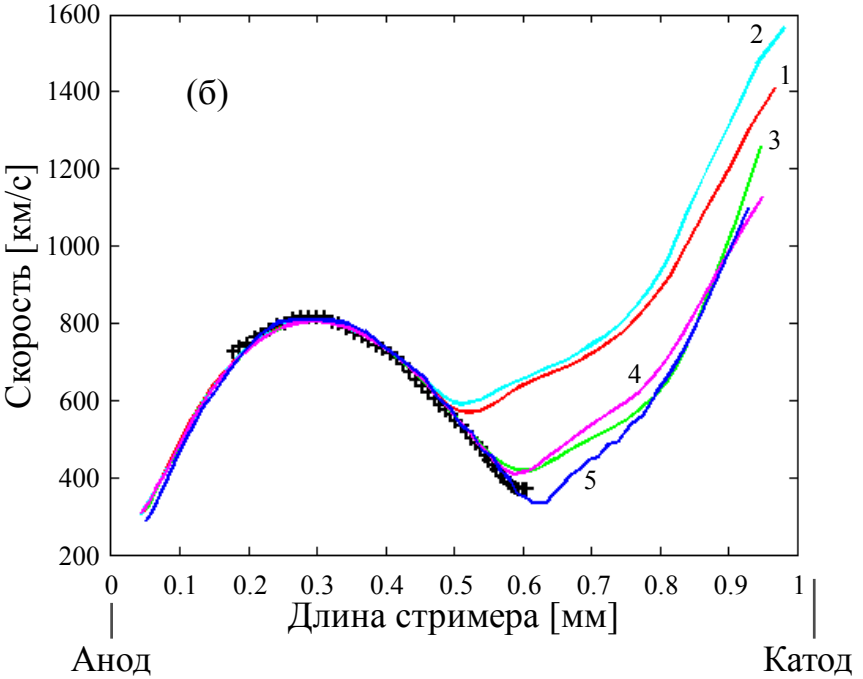
Концентрация электронов, нормированная на максимум.

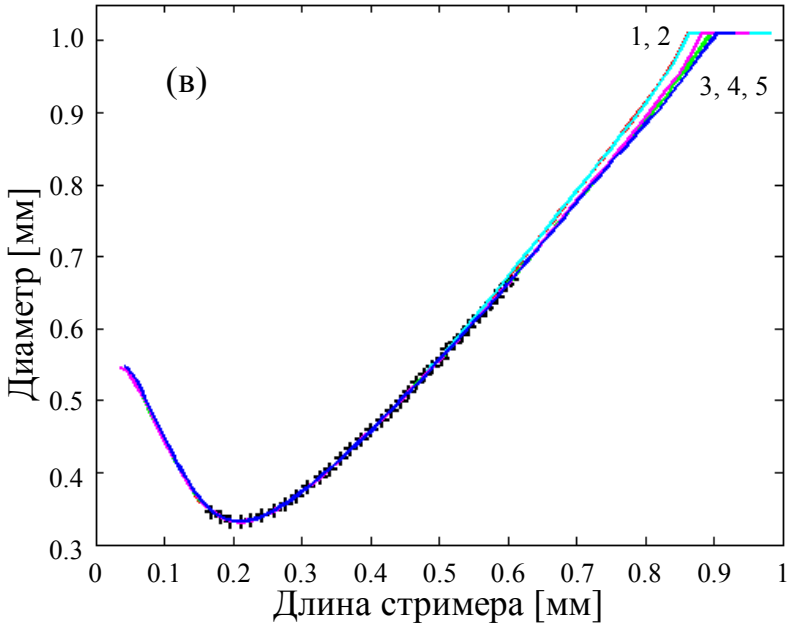


Интенсивность ионизации (а), объемная плотность заряда (б) и напряженность электрического поля (в).

Анализ результатов

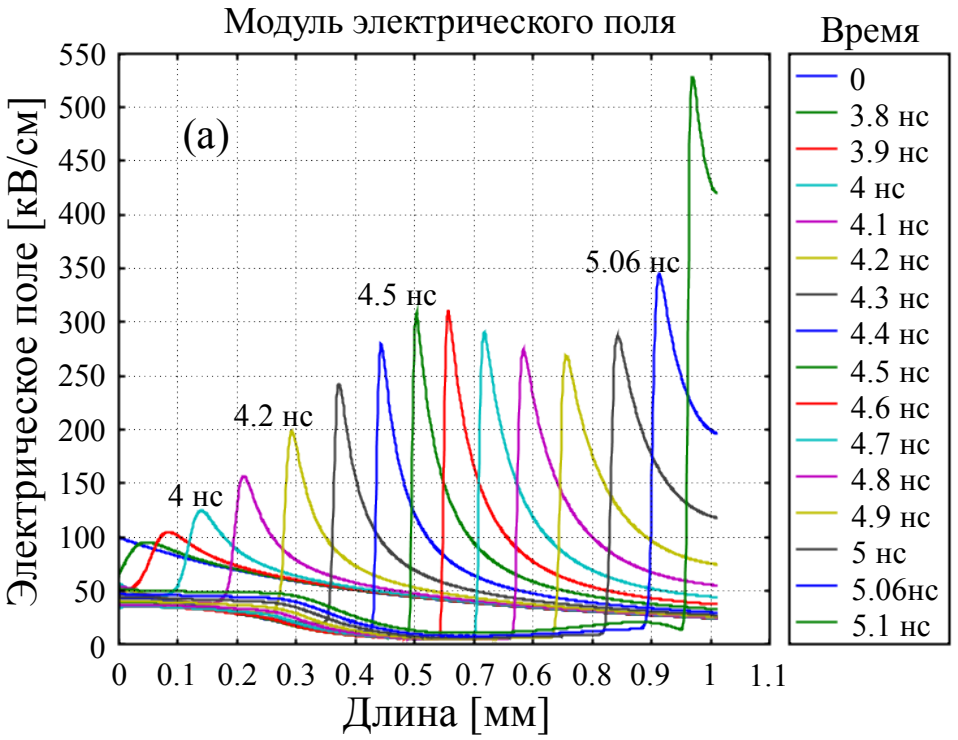


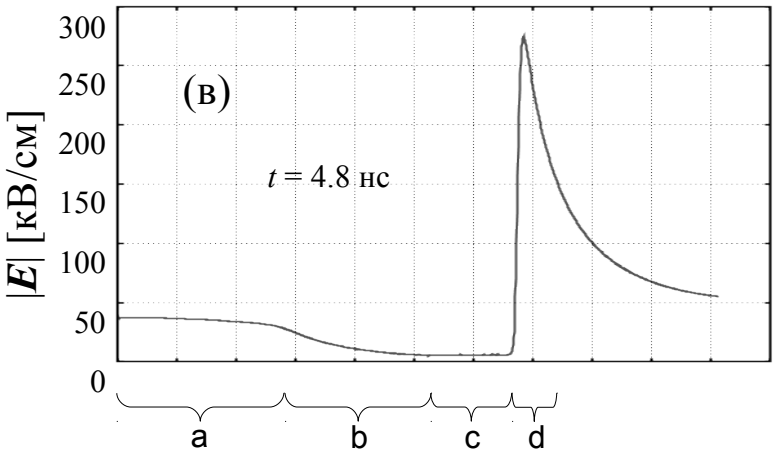


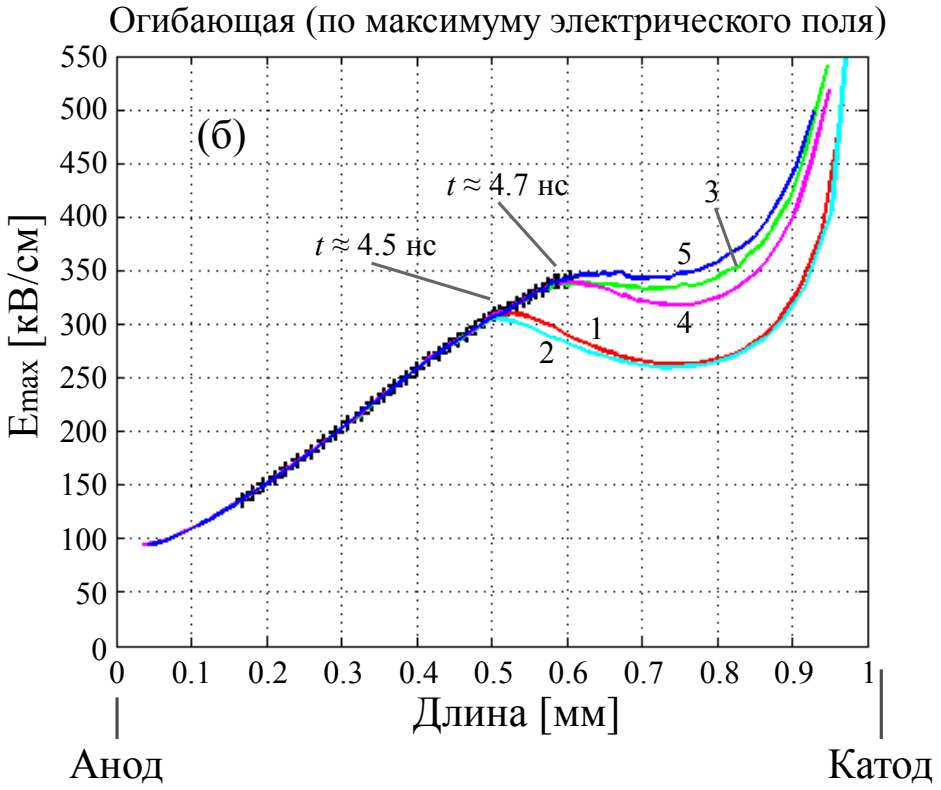


без фотоионизации
1 с фотоионизацией (g = 1e-6, l = 1e3)
2 с фотоионизацией (g = 1e-6, l = 1e4)
3 с фотоионизацией (g = 1e-6, l = 1e5)
4 с фотоионизацией (g = 1e-9, l = 1e3)
5 с внешним источником (τ = 1e-11, n_{max} = 1e7)

Анализ результатов

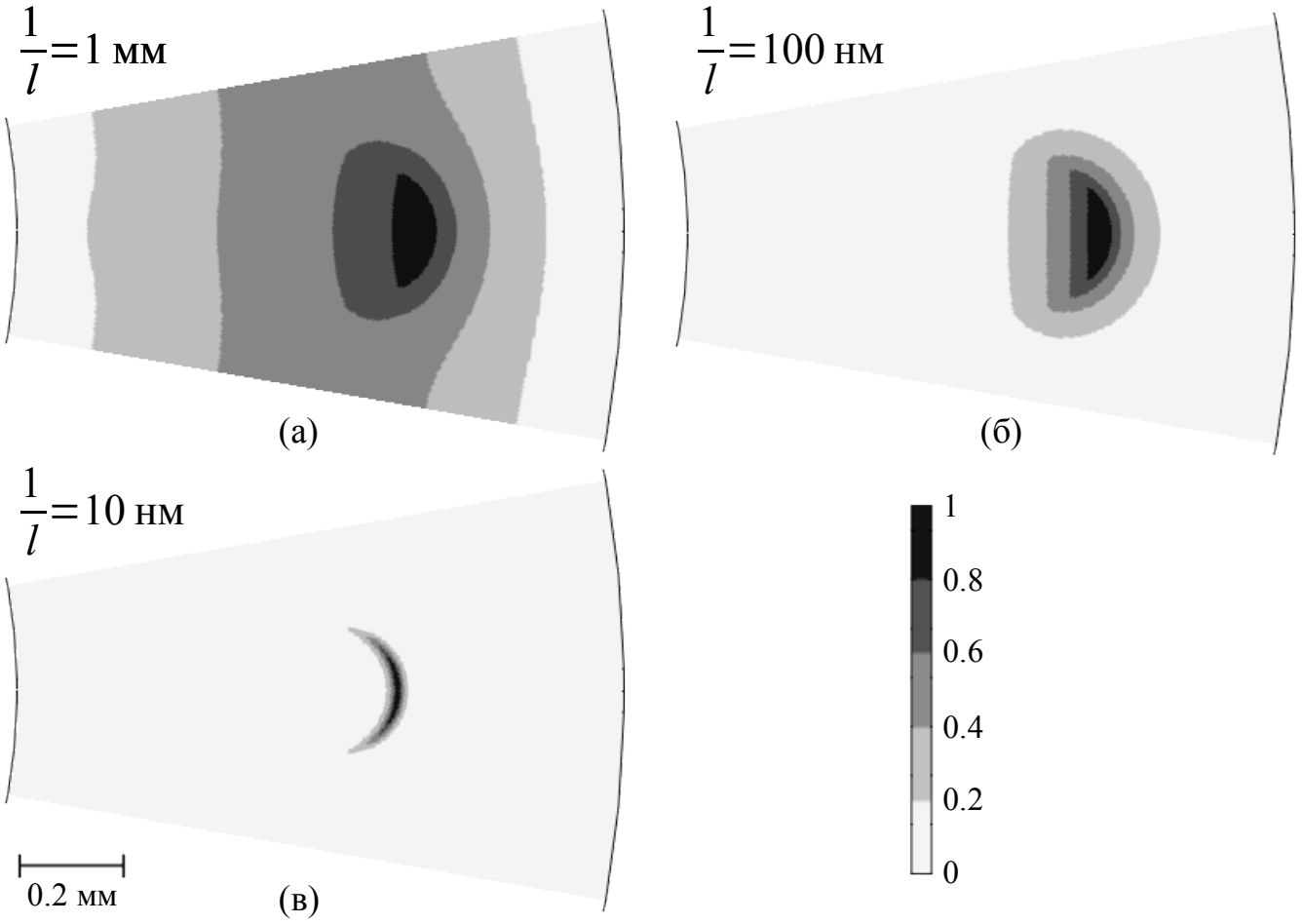






+	без фотоионизации
1	с фотоионизацией (g = 1e-6, l = 1e3 1/м)
2	с фотоионизацией (g = 1e-6, l = 1e4 1/м)
3	с фотоионизацией (g = 1e-6, l = 1e5 1/м)
4	с фотоионизацией (g = 1e-9, l = 1e3 1/м)
5	с внешним источником (τ = 1e-11 с, n_{max} = 1e7 1/м^3)

Анализ результатов



Концентрации фотонов в расчетной области, нормированные на максимум, для моделей с разным коэффициентом поглощения l в момент времени t = 4.8 нс.

Сравнение с другими моделями

Аргон (*Comsol*)

$$\begin{cases} \frac{\partial n_e}{\partial t} + div\left[-D_e \nabla n_e - b_e n_e \vec{E}\right] = \nu_{ion}(E)\, n_e - c_{ei} n_e n_+ \\ \frac{\partial n_+}{\partial t} + div\left[-D_+ \nabla n_+ + b_+ n_+ \vec{E}\right] = \nu_{ion}(E)\, n_e - c_{ei} n_e n_+ \\ \Delta\varphi = -\frac{e}{\varepsilon_0}(n_+ - n_e); \quad \vec{E} = -\nabla\varphi \end{cases}$$

$$D_+ = 25^{-3} b_+ \cdot 100\ [\text{м}^2/\text{с}] \qquad D_e = 0.35\ [\text{м}^2/\text{с}]$$

$$\alpha_{ion} = PA\, e^{\frac{PB}{E}} \qquad \nu_{ion} = \alpha_{ion} \cdot b_e E$$

Здесь: $A = 9.1 \cdot 10^5$ 1/м·атм, $P \cdot B = -1.37 \cdot 10^7$ В/м, $b_e = 4.3 \cdot 10^{-2}$ м^2/В·с, $b_+ = 1.5 \cdot 10^{-4}$ м^2/В·с

Воздух (*CFD-ACE*)

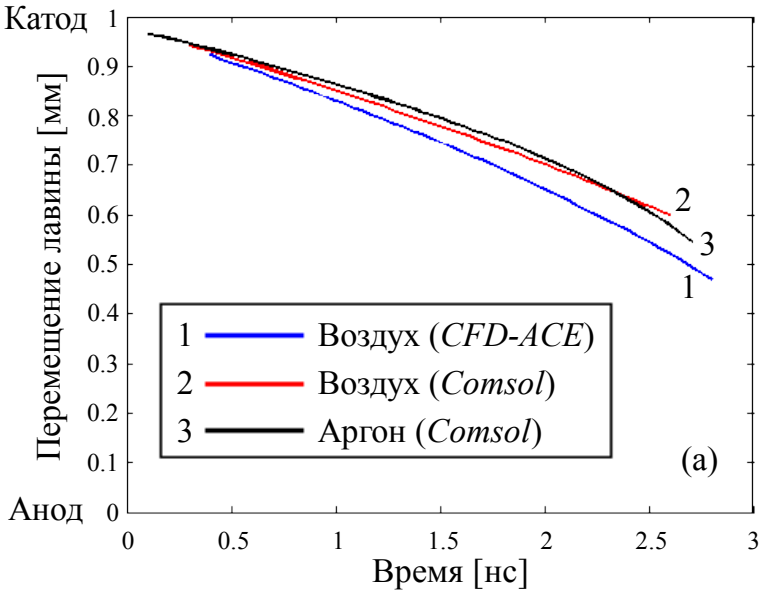
Модель с учетом кинетического уравнения для электронов в лоренцевом приближении.

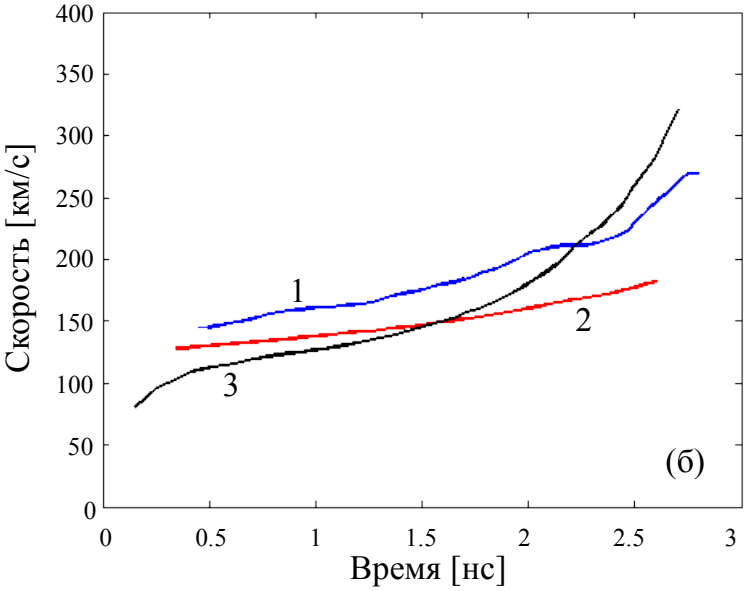
$$\begin{cases} \Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\left(\sum_i q_i Y_i \frac{\rho_{газ}}{m_i} - q_e n_e\right) \\ \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \operatorname{div}(b_i Y_i \nabla\varphi - D_i \nabla Y_i) = S_i \\ V\frac{\partial f_0}{\partial t} - \nabla\cdot\left[\chi\left(\nabla f_0 + \nabla\varphi\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial E}\left[\chi\nabla\varphi\cdot\left(\nabla\varphi\frac{\partial f_0}{\partial E} + \nabla f_0\right)\right] = VS \\ \vec{f}_1 = -\frac{V}{\nu}\nabla f_0 - (\nabla\varphi)\frac{V}{\nu}\frac{\partial f_0}{\partial E} \\ \chi = \frac{V^3}{3\nu} \\ E = \frac{m_e V^2}{2e} \end{cases}$$

Здесь: Y_i – массовая доля i-го типа частиц, f_0 – функция распределения электронов по координатам и энергии (E), f_1 – первая поправка к изотропной функции f_0.

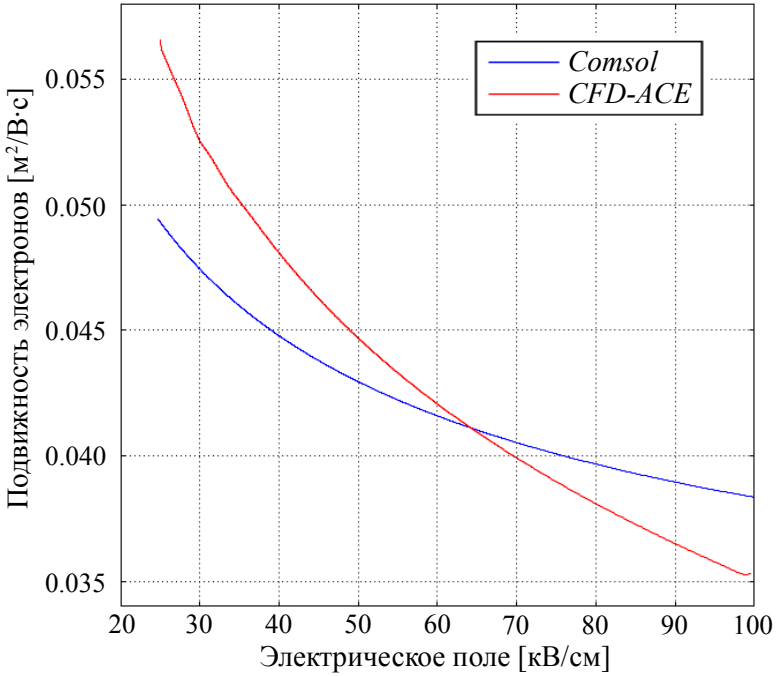
Газовая смесь: 76% N_2 и 24% O_2. В модели учитывалось 45 реакций: упругое столкновение молекул с электроном, ионизация молекул, диссоциативная рекомбинация молекулярных ионов в основное состояние, диссоциация молекул, реакции возбуждения электронных и колебательных уровней, ион-ионная рекомбинация, а также реакции прилипания и отлипания электронов в кислороде.

Сравнение с другими моделями

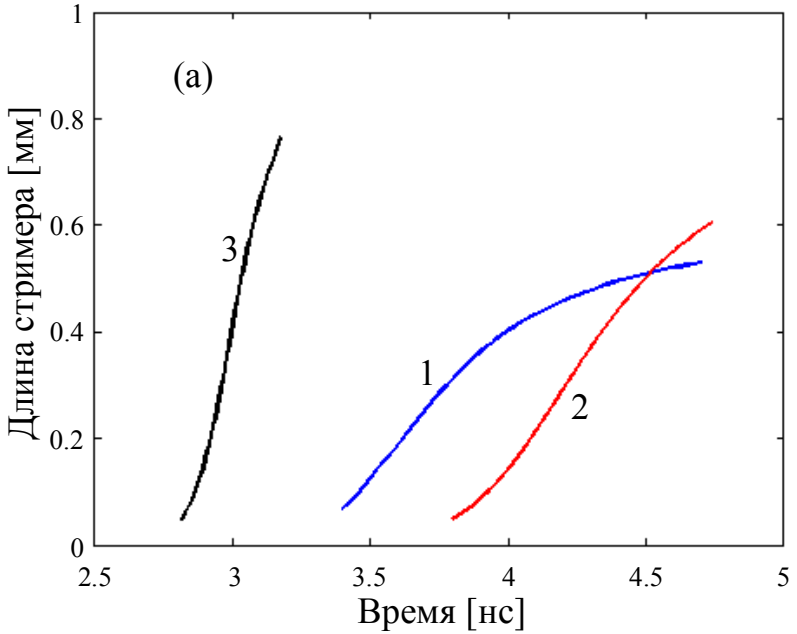


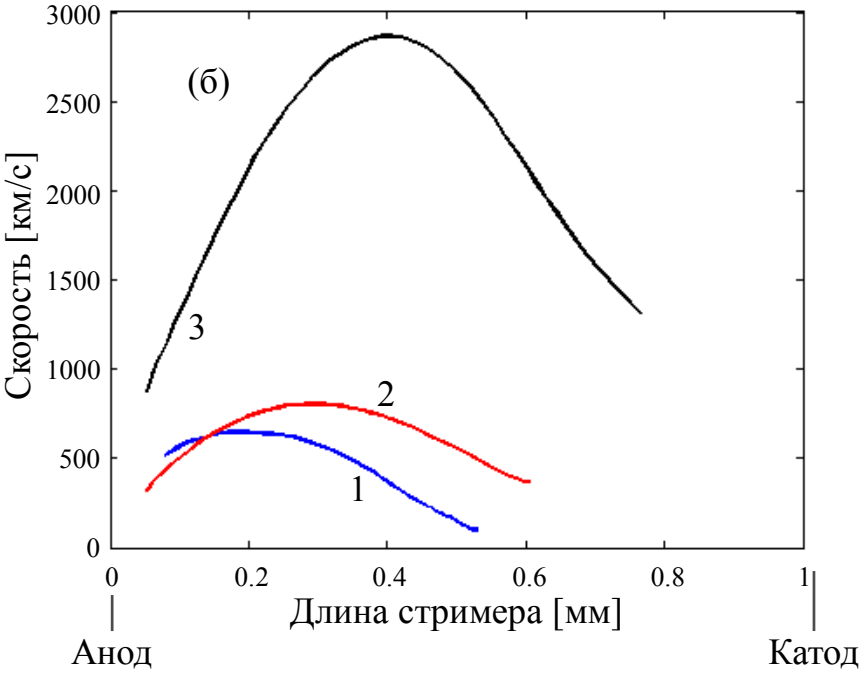


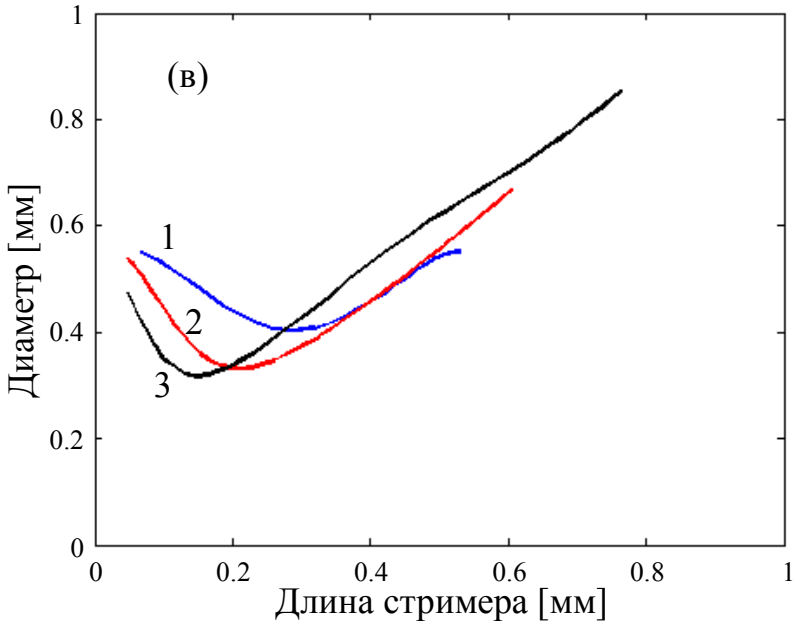
В аргоне:
$b_e = const = 4.3 \cdot 10^{-2}$ м²/В·с



Сравнение с другими моделями



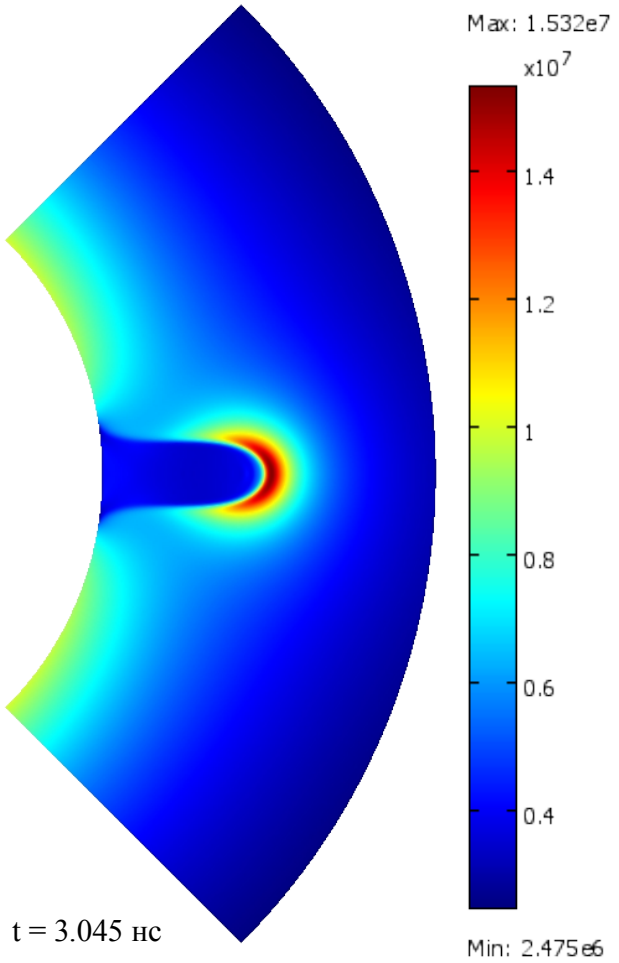




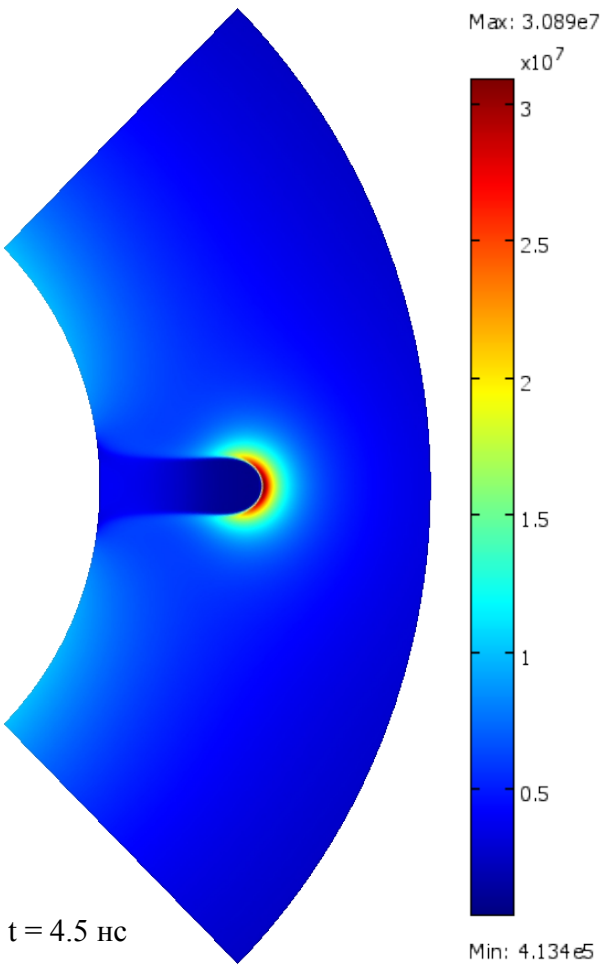
1 — Воздух (*CFD-ACE*)
2 — Воздух (*Comsol*)
3 — Аргон (*Comsol*)

Сравнение с другими моделями

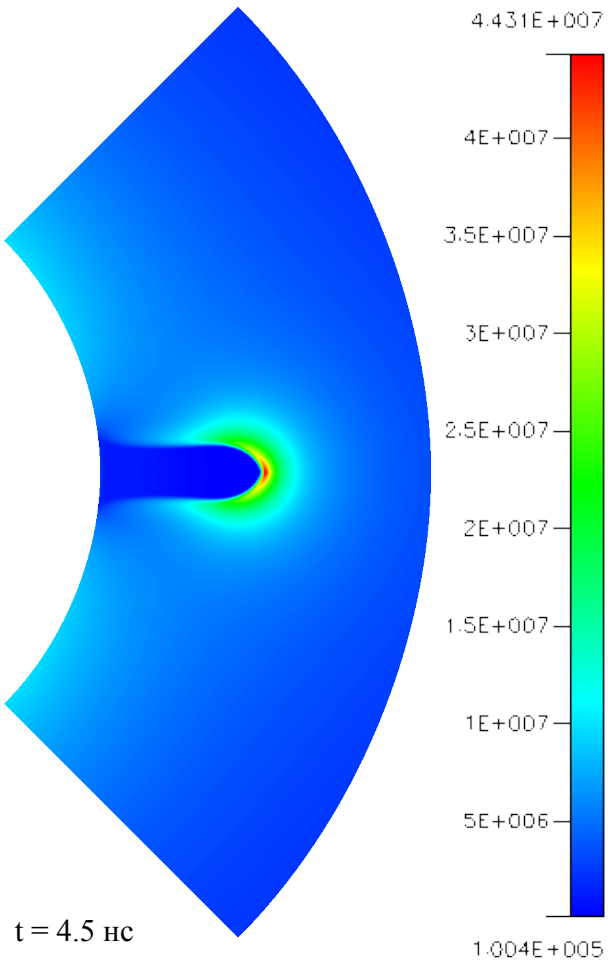
Аргон (*Comsol*)



Воздух (*Comsol*)



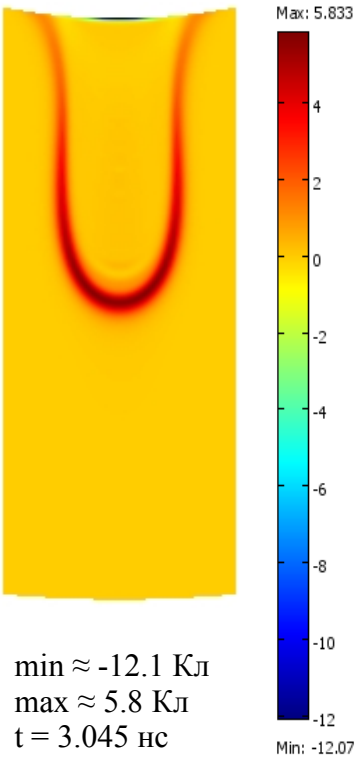
Воздух (*CFD-ACE*)



Напряженность электрического поля.

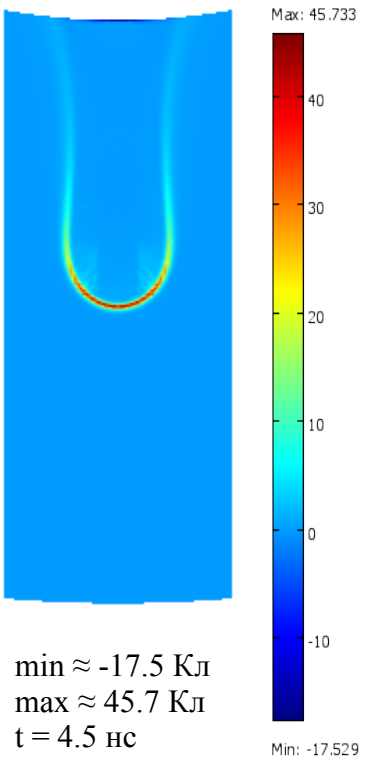
Сравнение с другими моделями

Аргон (*Comsol*)



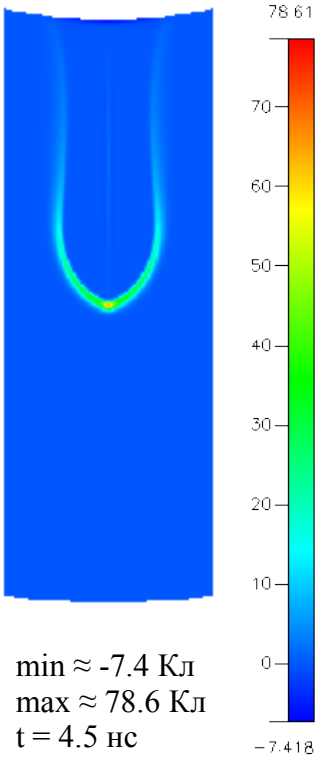
min ≈ -12.1 Кл
max ≈ 5.8 Кл
t = 3.045 нс

Воздух (*Comsol*)



min ≈ -17.5 Кл
max ≈ 45.7 Кл
t = 4.5 нс

Воздух (*CFD-ACE*)



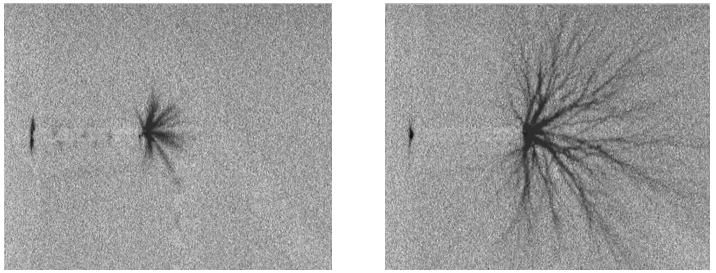
min ≈ -7.4 Кл
max ≈ 78.6 Кл
t = 4.5 нс

Объемная плотность заряда.

Выводы

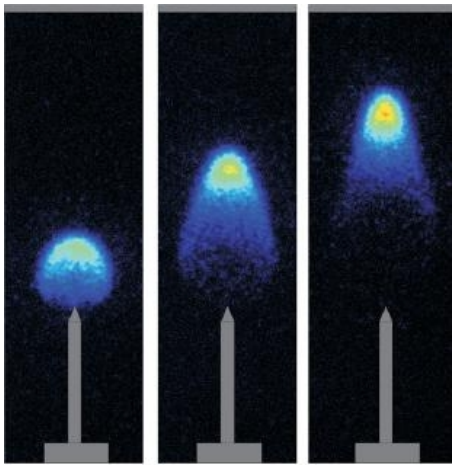
- Основным преимуществом данной модели является использование минимально возможного количества уравнений для описания всех основных параметров газового разряда в воздухе. Использование дрейфово-диффузионного приближения избавляет от необходимости расчета функций распределения частиц по энергиям, а также учета различных энергетических реакций, которые не сопровождаются изменением заряда частиц. Использование усредненных характеристик положительно и отрицательно заряженных ионов, параметры которых берутся из эксперимента, избавляет от необходимости учитывать большое количество основных реакций взаимодействия между различными компонентами воздуха.
- В работе в рамках компьютерной модели стримера рассчитана структура короткого катодонаправленного стримера в слабо-неоднородном поле.
- Показано, что движение положительной головки стримера в нейтральной среде возможно только при наличии внешних либо собственных источников ионизации перед головкой стримера, например, подсветкой ультрафиолетом или излучением из стримера соответственно. Это излучение должно обеспечить достаточное количество затравочных электронов перед головкой стримера.
- Исследовано влияние уровня собственной и внешней фотоионизации на характер распространения стримера. Показано, что у анода на начальных этапах развития, движение положительного стримера обеспечивается электронами затравочной лавины, далее скорость развития стримера зависит от уровня фоновой концентрации электронов перед стримерной головкой, которую может обеспечить процесс фотоионизации. При этом важно прежде всего само наличие дополнительного источника. Мощность фотоионизации в определенном диапазоне слабо влияет на основные параметры стримера. Коэффициент поглощения ионизующего излучения существенно замедляет стример только когда характерная длина поглощения становится меньше по порядку, чем радиус головки. Учет фотоионизации и ионизация внешним источником дают качественно и количественно схожие картины стримеров.
- Из результатов моделирования видно, что радиус головки сформировавшегося стримера на начальных этапах развития монотонно растет. На масштабах порядка 1 мм и временах порядка 5 нс реакция прилипания электронов и наличие отрицательных ионов практически не влияют на процесс распространения стримера.
- Рассчитанная скорость прорастания стримера в воздухе на самостоятельном этапе развития составила около 1000–1600 км/с, что согласуется с данными некоторых экспериментов (~1000 км/с), несмотря на отличия в длине стримера: на эксперименте обычно измеряется средняя скорость стримера на отрезке длиной как минимум несколько сантиметров, а в представленной модели длина стримера достигает лишь миллиметра.

Приложение 1. Экспериментальные данные

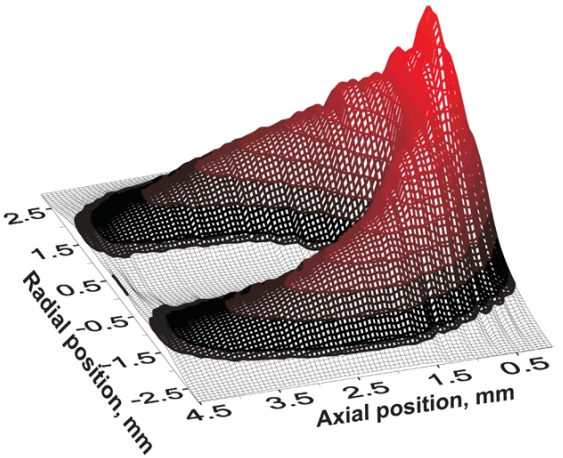


(а) (б)

Отрицательные стримеры (а) и положительные стримеры (б). Радиус сферы 2.5 мм, расстояние от сферы до плоского электрода 20 см. Напряжение 120 кВ.

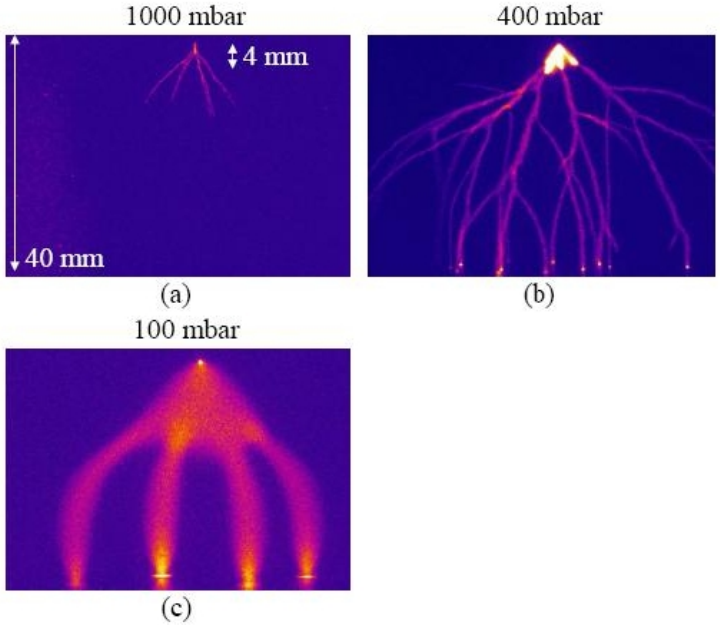


(а) (б) (в)

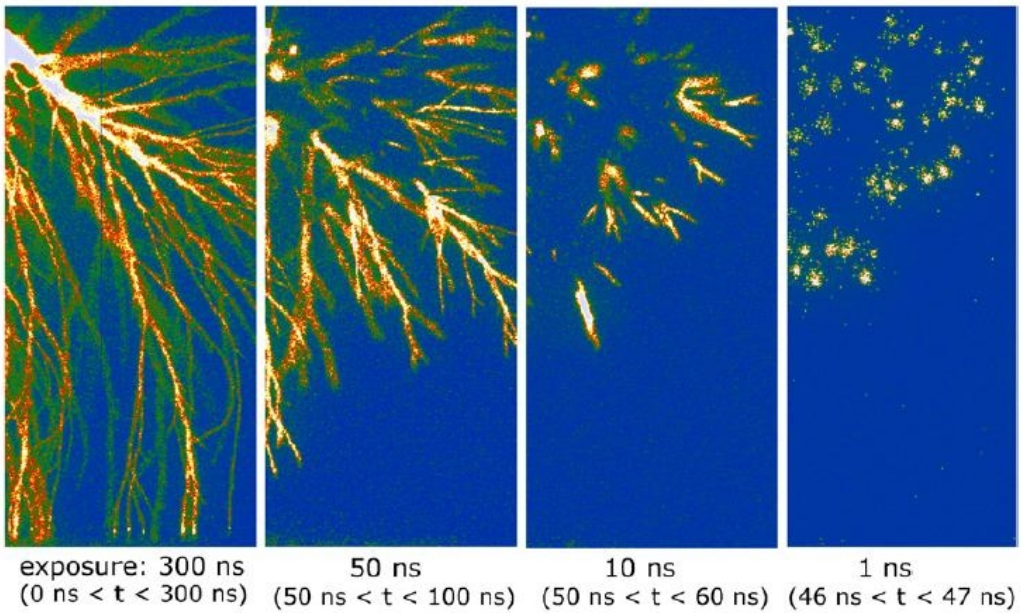


(г)

Слева – излучение стримера в моменты времени 5 нс, 10 нс, 15 нс после начала высоковольтного импульса. Справа – восстановленное распределение излучения по радиальной и аксиальной координатам. Радиус скругления иглы < 10 мкм. Межэлектродное расстояние 30 мм, напряжение 38 кВ, давление 460 мм рт.ст.. Съемка велась с выдержкой 300 пикосекунд.



Стримеры в системе игла–плоскость при напряжении 10 кВ. Выдержка: (а) 60 мкс; (b) 10 мкс; (c) 0.5 мкс.



Съемка стримерных каналов с разной экспозицией.

Приложение 2. Определение диаметра головки стримера

Диаметр головки считаем равным 4*расстояние, на котором поле перед головкой стримера спадает в 2.25 раза, т.к. при аппроксимации используется следующая зависимость:

$$E(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{U\,R}{r^2}\cdot K$$

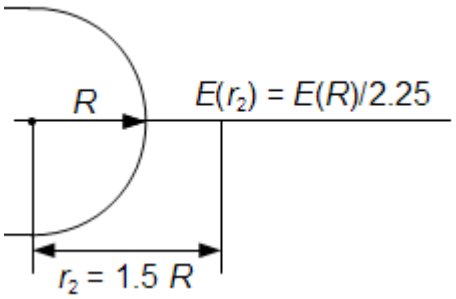
Формула для поля E на оси цилиндрического канала со сферическим окончанием (перед стримерной головкой)

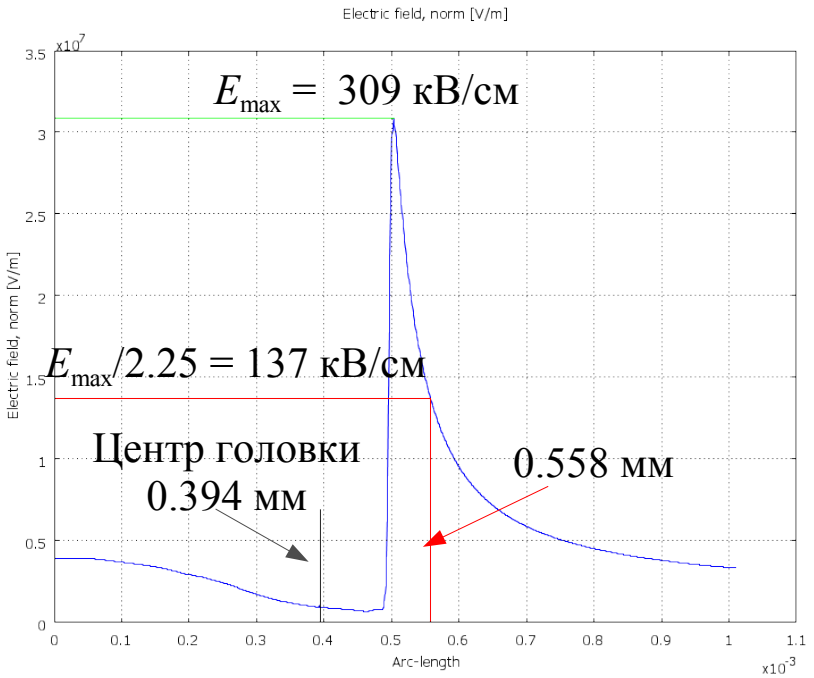
Э.М.Базелян, Ю.П.Райзер "Физика молнии и молниезащиты", Москва "Физматлит", 2001

Пусть $$\frac{E(R)}{E(r_2)}=2.25\rightarrow E(r_2)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{U\,R}{r_2^2}\cdot K=\frac{1}{2.25}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{U}{R}\cdot K\rightarrow\left(\frac{R}{r_2}\right)^2=\frac{1}{2.25}\rightarrow R=\frac{r_2}{1.5}$$

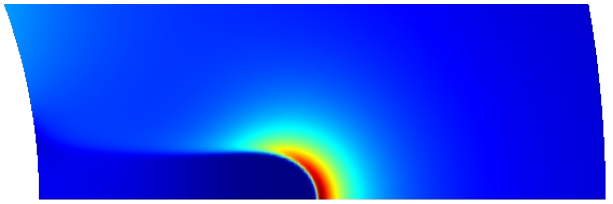
Где R – радиус головки, r_2 – точка на оси, в которой поле в 2.25 раза меньше максимального.

Соответственно мы легко можем измерить на линейных графика поля E расстояние ($R - r_2$), откуда и получим диаметр головки.





Контурный график поля E
(t = 4.5 нс)



Центр головки

D = 0.218 мм