

Турышев М.В.

## К вопросу о законе сохранения импульса

УДК 531/534

Турышев М.В./ К вопросу о законе сохранения импульса., Изд-во ООО «ВЕЛМА», - Москва, 2007,-49 с.-ил.23-рус. – Деп. в ВИНТИ 12.03.07, №233-В2007.

Законы классической механики и официальной физики категорически отвергают возможность движения (самодвижения) так называемых «замкнутых» систем посредством внутренних сил. Закон сохранения импульса гласит, что поступательное движение таких систем возможно только с помощью внешних сил или реактивным способом.

Жизнь, как говорится, не стоит на месте. Многие энтузиасты делали попытки (и некоторые успешно) экспериментально доказать, что движение так называемых замкнутых систем посредством внутренних сил возможно и закон сохранения импульса имеет ограниченную область действия. Мы также провели ряд экспериментов подобного рода. Анализ экспериментов взаимодействия тел, при их одновременном поступательном движении и вращении, проведенные автором показали, что в классической механике имеются противоречия. Далее будет показано (теоретически и экспериментально) что, возможно движение замкнутой системы только за счет внутренних сил и закон сохранения импульса имеет ограниченную сферу применения.

### 1. Теория.

#### 1.1. Тело свободное от кинематических связей.

Из курса теоретической механики известно, что действие внешней ударной силы на твердое тело, совершающее плоское движение, вызывает конечное изменение скорости центра масс тела и его угловой скорости. Положим, что покоящееся однородное тело не имеет никаких кинематических связей с другими телами. Оно имеет массу  $m$  и за короткий промежуток времени  $\Delta t$  подвергается действию постоянной силы  $F$  в точке  $A$  (рис. 1.), лежащей от центра инерции тела (точка  $C$ ) на расстоянии  $l$ . Линия действия силы направлена перпендикулярно к оси проходящей через центр масс (инерции) тела. Ось  $x$  направляем вдоль линии действия силы  $F$ .

За время действия  $\Delta t$  силы  $F$  тело в точке  $A$  приобретает линейное ускорение  $a_A = a_{II}$ , в точке  $C$  – (центре масс (инерции)) меньшее линейное

ускорение  $a_c$  и в точке  $K$  оно равно нулю ( $a_K = 0$ ). Обозначим расстояние между точками  $C$  и  $K$  буквой  $h$ . Точка  $A$  тела переместится за время  $\Delta t$  на расстояние

$$\Delta x_A = \frac{a_{\Pi} \Delta t^2}{2}, \quad (1)$$

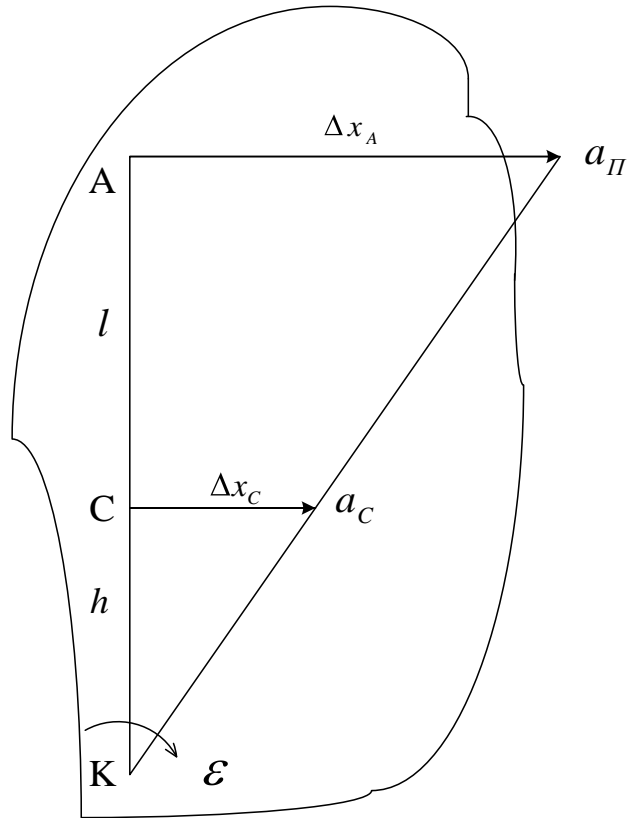


Рис. 1.

точка  $C$  на расстояние

$$\Delta x_C = \frac{a_C \Delta t^2}{2} \quad (2)$$

и точка  $K$  останется на месте.

Для линейных ускорений можно записать:

$$a_{\Pi} = \frac{2 \cdot \Delta x_A}{\Delta t^2} = \varepsilon \cdot l + h \quad (3)$$

$$a_C = \frac{2 \cdot \Delta x_C}{\Delta t^2} = \varepsilon \cdot h, \quad (4)$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение. Так как линейное ускорение центра инерции  $C$  определяется уравнением (4) то, ось, проходящая через точку  $K$ , является мгновенной осью вращения, а точку  $A$  можно считать центром удара. Решая систему уравнений (3) и (4), находим

$$\frac{\Delta x_A}{l+h} = \frac{\Delta x_C}{h} \quad (5)$$

откуда

$$\Delta x_A \cdot h = \Delta x_C \cdot l + h = \Delta x_C \cdot l + \Delta x_C \cdot h. \quad (6)$$

Выразим значения  $\Delta x_A$  и  $\Delta x_C$  из (1) и (2) через линейные ускорения и из (4) через угловое ускорение:

$$\frac{a_{\Pi} \Delta t^2}{2} \cdot h = \frac{\varepsilon \cdot l \cdot \Delta t^2}{2} \cdot h + \frac{a_C \Delta t^2}{2} \cdot h \quad (7)$$

откуда

$$a_{\Pi} = \varepsilon \cdot l + a_C. \quad (8)$$

Мы получили дополнительное уравнение связи между линейными ускорениями и угловым ускорением тела. Для линейного ускорения центра масс (инерции) из (8) находим:

$$a_C = a_{\Pi} - \varepsilon \cdot l. \quad (9)$$

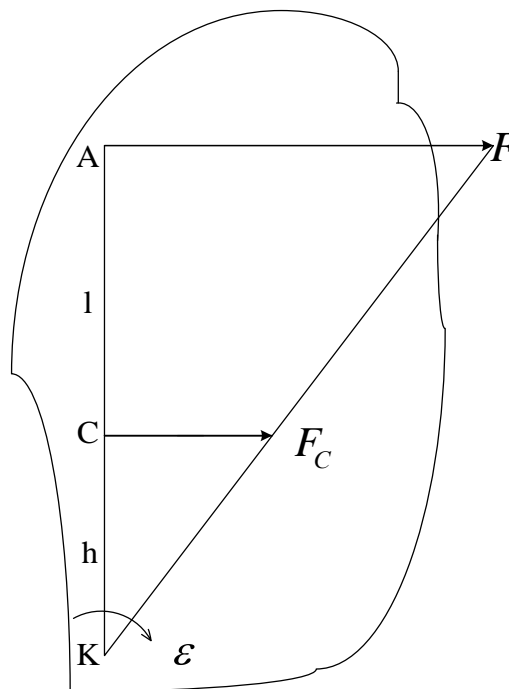


Рис. 2.

Пишем уравнения движения относительно оси, проходящей через точку K, получаем (см. рис. 2):

$$F = ma_{\Pi} = F_C + m \cdot \varepsilon \cdot l \quad (10)$$

$$I_K \cdot \varepsilon = M_K = F \cdot l + h , \quad (11)$$

для центра масс

$$F_C = ma_C . \quad (12)$$

(В Дополнении 1 показан вывод уравнений (8) и (10) основанный на том, что работа внешней силы для свободного тела расходуется на совершение им вращательного и поступательного движения.)

Поскольку точка  $A$  является центром удара, а точка  $K$  – мгновенная ось вращения мы можем записать для расстояния между ними:

$$l + h = \frac{I_K}{m \cdot h} , \quad (13)$$

где  $I_K = I_C + mh^2$  – момент инерции относительно оси, проходящей через точку  $K$  , откуда

$$l + h = \frac{I_C + mh^2}{m \cdot h} . \quad (14)$$

Решаем уравнение (14) относительно  $h$  , получаем:

$$h = \frac{I_C}{m \cdot l} . \quad (15)$$

Вернемся к уравнению (9) и подставим из (4) выражение  $\varepsilon = \frac{a_C}{h}$  , получаем

$$a_C = a_{II} - \frac{a_C}{h} \cdot l \quad (16)$$

и далее  $h$  из (15) подставим в (16):

$$a_C = a_{II} - a_C \frac{ml^2}{I_C} . \quad (17)$$

Решаем уравнение (17) и получаем для линейного ускорения центра масс (инерции):

$$a_C = \frac{a_{II}}{1 + \frac{ml^2}{I_C}} = a_{II} \cdot \frac{I_C}{I_C + ml^2} . \quad (18)$$

Для уравнения движения (10) получаем:

$$F = ma_C \left( 1 + \frac{ml^2}{I_C} \right) = ma_C + \frac{ml^2}{I_C} ma_C . \quad (19)$$

Таким образом, пока действует сила  $F$ , центр масс (инерции) тела будет двигаться в направлении действия силы прямолинейно и с постоянным ускорением

$a_C$ , которое меньше  $a_{II} = \frac{F}{m}$  ( $a_{II}$  – ускорение поступательного движения тела в

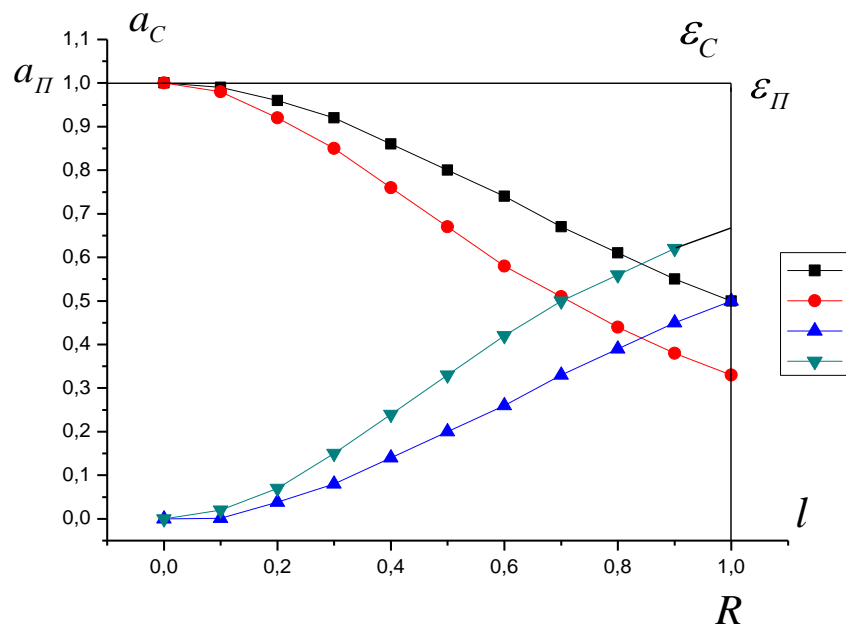
случае действия силы  $F$  приложенной к его центру масс). Одновременно с этим происходит вращение тела вокруг оси, проходящей через центр инерции, с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon$ . Необходимо отметить, что в уравнении движения (19) мерой инертности тела является как масса  $m$ , так и

«дополнительная» масса –  $\frac{ml^2}{I_C} m$ , которую можно назвать динамической массой.

Кроме того, коэффициент  $\frac{ml^2}{I_C}$  в уравнении движения, связан с пространственным

распределением массы тела и тем фактом, что чем меньше плечо силы  $F$ , тем меньшую инерцию будет проявлять тело и наоборот, чем оно больше, тем инерция тела будет больше. В четвертом разделе мы обсудим это подробнее.

Для линейного ускорения центра масс (инерции) построим графики функций  $a_C = f l$  в соответствии с (18) для разных тел (рис. 3).



$$\begin{aligned}
 \text{B} - a_C^{nol} &= f l ; & \text{C} - a_C^{cnl} &= f l ; \\
 \text{D} - \varepsilon_K^{nol} &= f l ; & \text{E} - \varepsilon_K^{cnl} &= f l .
 \end{aligned}$$

Рис. 3.

На графиках хорошо видно резкое изменение величины ускорения центра масс тела от положения точки приложения силы  $F$  и менее явная от

пространственного распределения вещества (массы) относительно центра масс тела. При уменьшении плеча силы относительно центра масс тела его линейное ускорение стремится к значению  $a_{\Pi}$  и достигает его при  $l = 0$ .

Найдем уравнение для углового ускорения тела. Из выражения (3) получаем:

$$\varepsilon = \frac{a_{\Pi}}{l+h} \quad (20)$$

и вместо  $h$  подставим его выражение из (15), получаем:

$$\varepsilon = \frac{a_{\Pi}}{l + \frac{I_C}{m \cdot l}} = a_{\Pi} \frac{ml}{I_C + ml^2} = F \frac{l}{I_C + ml^2}, \quad (21)$$

тогда уравнение моментов можно записать в виде

$$F = \varepsilon \frac{I_C + ml^2}{l} = \frac{\varepsilon \cdot I_C}{l} + m \cdot \varepsilon \cdot l = \frac{\varepsilon \cdot I_C}{l} + m a_{\Pi} - a_C. \quad (22)$$

Сила, действующая на тело с плечом  $l$ , приводит его во вращение с угловым ускорением  $\varepsilon$  и придает добавочное линейное ускорение равное  $a_{\Pi} - a_C$ , поэтому угловое ускорение  $\varepsilon$  будет меньше, чем при действии эквивалентной пары сил.

Проведем сравнение уравнений движения (19) и (22), выраженных через линейное  $a_C$  и угловое  $\varepsilon$  ускорения. Для этого выразим  $a_C$  через  $\varepsilon$ :

$$a_C = \varepsilon \cdot h = \varepsilon \frac{I_C}{m \cdot l} \text{ или } \varepsilon = a_C \frac{m \cdot l}{I_C}, \quad (23)$$

где  $h = \frac{I_C}{m \cdot l}$  из (15). Подставим это выражение для  $a_C$  во второе слагаемое

уравнения (19) и получим:  $\frac{m \cdot l^2}{I_C} m a_C = \frac{m \cdot l^2}{I_C} \cdot \frac{I_C}{m \cdot l} m \cdot \varepsilon = m \cdot \varepsilon \cdot l$ , т.е. правые части

уравнений (19) и(22) равны между собой и представляют вращательную составляющую ускоренного движения тела. Если подставить вместо  $a_C$  его

выражение  $\varepsilon \frac{I_C}{m \cdot l}$  в первую часть (22), то получаем  $m a_C = m \frac{I_C}{m \cdot l} \varepsilon = \varepsilon \frac{I_C}{l}$ , то есть

левые части уравнений (19) и (22) так же равны между собой. Таким образом, получается прямая взаимосвязь между линейным ускорением центра масс

(инерции) тела  $a_C$  и его угловым ускорением  $\varepsilon$ , приобретенными в результате

действия силы  $F$  направленной вне центра масс (инерции) тела, в виде выражения (23).

Таким образом, можно записать еще два уравнения движения идентичных (19) и (22) и получим четыре варианта уравнения движения для тела, на которое действует сила направленная мимо его центра масс (инерции):

$$F = ma_c + \frac{ml^2}{I_c} ma_c \quad (19)$$

$$F = ma_c + m \cdot l \cdot \varepsilon \quad (19^*)$$

$$F = \frac{I_c}{l} \varepsilon + m \cdot l \cdot \varepsilon \quad (22)$$

$$F = \frac{I_c}{l} \varepsilon + \frac{ml^2}{I_c} ma_c \quad (22^*)$$

В соответствии с (19) линейное движение тела зависит от величины плеча силы  $l$  и пространственного распределения массы тела относительно центра масс тела. В свою очередь, вращательное движение тела (22) так же зависит от этих физических параметров. Линейное и угловое ускорения тела взаимосвязаны – чем большее угловое ускорение получит тело, тем меньшее линейное ускорение оно приобретет и наоборот. Динамическая масса тела  $\Delta m$ , которая проявляется только при вращении тела, равная  $\Delta m = \frac{ml^2}{I_c} m$  может быть также выражена из второго

слагаемого уравнения (19\*):  $\frac{ml^2}{I_c} ma_c = m \cdot l \cdot \varepsilon$ , откуда

$\Delta m = \frac{\varepsilon}{a_c} l \cdot m$ . Новые свойства и отличие динамической массы  $\Delta m$  от инертной

массы  $m$  будут обсуждаться в четвертом разделе. Здесь же следует отметить, что уменьшение линейного ускорения тела  $a_c$  обусловлено увеличением общей массы тела равной сумме инертной и динамической масс, т.е.  $m_{\text{общ}} = m + \Delta m$ . Из

выражения  $\Delta m = \frac{\varepsilon}{a_c} l \cdot m$  следует, что при стремлении углового ускорения (или

увеличении линейного) к нулю динамическая масса также стремится к нулю, а увеличение плеча силы  $l$  (при  $F = const$ ) приводит к росту углового ускорения и динамической массы, но к уменьшению линейного ускорения  $a_c$ . Поскольку тело во время действия силы (при ускорении) как единое совершает одновременно поступательное и вращательное движение, то в этом случае нельзя применять независимые уравнения классической механики:

1. Уравнение движения центра масс

$$F = m \frac{dv_c}{dt} = ma_c$$

2. Уравнение моментов относительно оси, проходящей через центр масс

$$M = F \cdot l = I_c \frac{d\omega}{dt} = I_c \varepsilon .$$

Теперь сравним угловые ускорения для рассмотренного выше случая и действием пары сил на тело. Положим, что на тело действует пара сил  $F$  с плечом равным  $l$ . Под действием этой пары сил тело только вращается вокруг оси проходящей через центр масс (инерции) (нет поступательного движения). Условие эквивалентности действия пары сил  $F$  с плечом силы  $l$ , относительно действия одной силы  $F$  с плечом силы  $l$ , можно записать как:

$$a_{\Pi} = \varepsilon_{\Pi} \cdot l . \tag{24}$$

Из уравнения (21) для углового ускорения  $\varepsilon$  имеем:

$$\varepsilon = a_{\Pi} \frac{ml}{I_c + ml^2} , \tag{25}$$

Подставляя выражение для  $a_{\Pi}$  из (24) в (25), получаем:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\Pi} \frac{ml^2}{I_c + ml^2} . \tag{26}$$

Для линейного (18) и углового (26) ускорений мы получили уравнения, из которых следует, что  $\varepsilon_{\Pi} > \varepsilon$  и  $a_{\Pi} > a_c$ , т.е. угловое ускорение создаваемое парой сил  $F$  будет больше, чем ускорение, полученное в результате действия одной силы  $F$  приложенной с таким же плечом, отложенным от центра масс, при равных массах и размерах тела. Аналогично и для линейного ускорения.

На Рис. 3. изображены графики зависимости углового ускорения  $\varepsilon = f \ l$  в соответствии с (26) для разных тел. Здесь так же хорошо видна резкая зависимость величины углового ускорения тела от положения точки приложения силы  $F$  и более мягкая от пространственного распределения вещества (массы) относительно центра масс тела.

Из выражений (18) и (21) можно найти линейную  $v_c$  и угловую  $\omega$  скорости, которые будут равны:

$$v_c = a_c \Delta t = \frac{F \Delta t}{m} \cdot \frac{I_c}{I_c + ml^2} = v_{\Pi} \cdot \frac{I_c}{I_c + ml^2} \tag{27}$$

$$\omega = \varepsilon \cdot \Delta t = \varepsilon_{\Pi} \Delta t \frac{ml^2}{I_C + ml^2} = \omega_{\Pi} \frac{ml^2}{I_C + ml^2}, \quad (28)$$

где,  $v_{\Pi}$  – линейная скорость центра масс тела после действия на него силы  $F$ , линия действия которой проходит через центр масс (инерции) тела;

$\omega_{\Pi}$  – угловая скорость тела, после действия на него эквивалентной пары сил  $F$  с плечом силы  $l$ .

Выражения для импульса и момента импульса тела, учитывая (27) и (28) будут иметь следующий вид:

$$p_C = mv_C = F \Delta t \cdot \frac{I_C}{I_C + ml^2} = p_{\Pi} \cdot \frac{I_C}{I_C + ml^2} \quad (29)$$

$$L = I_C \cdot \omega = I_C \cdot \omega_{\Pi} \frac{ml^2}{I_C + ml^2} = L_{\Pi} \frac{ml^2}{I_C + ml^2}, \quad (30)$$

где  $p_{\Pi}$  – импульс тела, полученный в результате действия на него силы  $F$  приложенной к его центру масс (инерции);

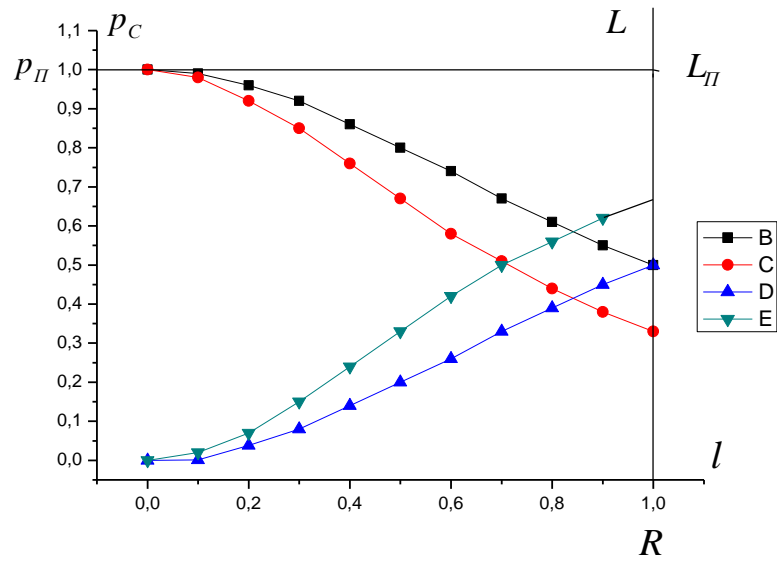
$L_{\Pi}$  – момент импульса тела, полученный им в результате действия эквивалентной пары сил  $F$  с плечом силы  $l$ .

Величины импульсов и моментов импульсов в этих случаях:  $L_{\Pi} > L$  и  $p_{\Pi} > p_C$ . В соответствии с уравнениями (29) и (30) построены графики зависимости  $p_C = f \cdot l$

и  $L = f \cdot l$  (рис. 4) для полого и сплошного цилиндров равной массы и  $p_{\Pi} = f \cdot L_{\Pi}$

на Рис.5. Хорошо видно, что величины импульсов и моментов импульса для полого и сплошного тел после действия на них равных сил не равны, и это неравенство

увеличивается при увеличении плеча силы. Становится очевидным, что закон сохранения импульса и момента импульса при одновременном поступательном движении и вращении тел не выполняется, если два (и более) тела с равными



B -  $p_C^{нол} = f l$  ; C -  $p_C^{снл} = f l$  ;

D -  $L^{нол} = f l$  ; E -  $L^{снл} = f l$  .

Рис. 4.

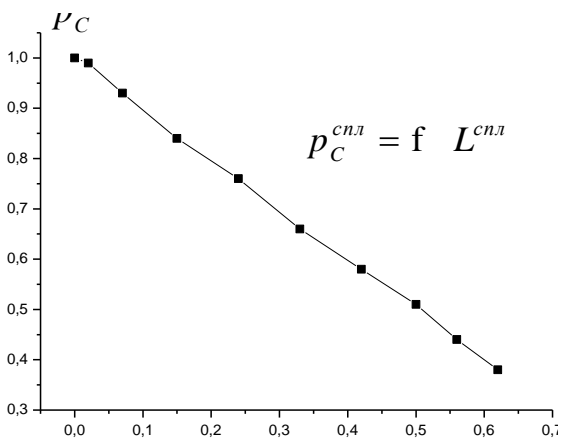
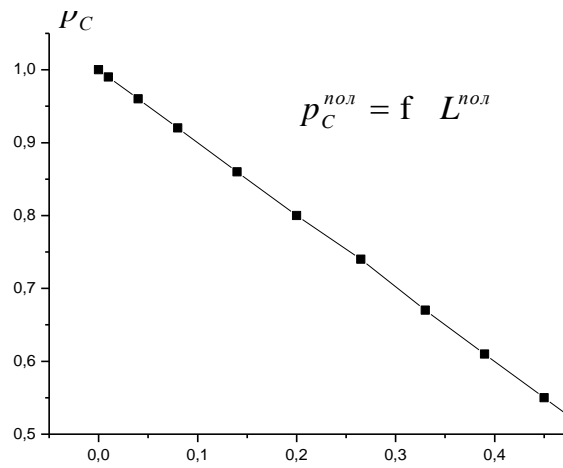


Рис. 5.

Массами и размерами (в отсутствии кинематических связей – качение по поверхности и т.п.) взаимодействуют следующим образом:

- а)  $I_{C1} = I_{C2}$  и  $l_1 \neq l_2 \neq 0$ , когда тела имеют одинаковое пространственное распределение масс относительно своих центров инерции и линии действия их сил не проходят через эти центры масс;
- б)  $I_{C1} \neq I_{C2}$  и  $l_1 = l_2$  или  $l_1 \neq l_2$  и  $l_{1,2} \neq 0$ , когда тела имеют разное пространственное распределение масс относительно своих центров инерции и линии действия их сил не проходят через эти центры масс и могут быть равны между собой.

Посмотрим, при каких условиях такого взаимодействия тел выполняется закон сохранения импульса. Для этого очевидно необходимо, что бы линейные ускорения тел  $a_{C1}$  и  $a_{C2}$  после их взаимодействия были равны и противоположно направлены. Из уравнения (18) можно получить следующее равенство:

$$a_{C1} = a_{П1} \cdot \frac{I_{C1}}{I_{C1} + m_1 l_1^2} = a_{П2} \cdot \frac{I_{C2}}{I_{C2} + m_2 l_2^2} = a_{C2} \quad (31)$$

откуда следует, что необходимы следующие условия для выполнения закона сохранения импульса:

- а) равенство масс тел –  $m_1 = m_2$  ;
- б) равенство моментов инерции тел –  $I_{C1} = I_{C2}$  ;
- в) равенство расстояний между центром масс тел и точкой приложения сил –  $l_1 = l_2$  ;
- и учитывая эти три равенства для (31), получим равенство:  $a_{C1} = a_{П1} = a_{П2} = a_{C2}$  . Так как время действия равных сил одинаково и массы тел равны между собой, то импульсы тел будут так же равны друг другу.

Рассмотрим теперь вопрос о кинетической энергии тела при плоском (вращательно-поступательном) движении. Как известно кинетическую энергию тела при этом можно представить в виде двух слагаемых: энергии поступательного движения тела и энергии вращения тела вокруг оси, проходящей через центр масс тела и записать в следующем виде:

$$E_K = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_C \omega^2}{2} . \quad (32)$$

Найдем соотношение энергий поступательного и вращательного движения тела. После нецентрального действия силы  $F$  на тело, скорость центра масс (инерции) достигнет значения

$$v_C = a_C \cdot \Delta t = \frac{F \cdot \Delta t}{m} \cdot \frac{I_C}{I_C + ml^2} \quad (33)$$

и угловая скорость

$$\omega = \varepsilon \cdot \Delta t = F \cdot \Delta t \frac{l}{I_C + ml^2} \cdot \quad (34)$$

Подставим из (33) и (34) значения скоростей  $v_C$  и  $\omega$  для энергии поступательного движения тела и энергии вращения тела:

$$E_{\Pi} = \frac{0,5F^2\Delta t^2}{m} \frac{I_C^2}{I_C + ml^2} = E_{\Pi}^0 \frac{I_C^2}{I_C + ml^2} \quad (35)$$

$$E_{Bp} = 0,5F^2\Delta t^2 \frac{I_C \cdot l^2}{I_C + ml^2} = E_{\Pi}^0 \frac{I_C \cdot ml^2}{I_C + ml^2} \quad (36)$$

где выражение  $\frac{0,5F^2\Delta t^2}{m}$  равно работе  $\frac{a_{\Pi}\Delta t^2}{2} F = \Delta x_{\Pi} F$  совершенной силой  $F$  при действии на центр масс тела, когда энергия тела изменяется от 0 до  $E_{\Pi}^0$ . Следует особо отметить, что равные силы, действующие на тела с равными инертными массами  $m$  (определенные взвешиванием), приложенные к разным точкам тела совершают не равную по величине работу. Это же относится и для тел с разным пространственным распределением вещества (массы).

Отношение кинетической энергии поступательного движения тела к кинетической энергии вращательного движения этого же тела, при одновременном поступательном движении и вращении будет следующим:

$$\frac{E_{\Pi}}{E_{Bp}} = \frac{I_C}{ml^2} \quad (37)$$

Подставим в уравнение (32) значения линейной и угловой скоростей из (27) и (28) и получим для энергии поступательного и вращательного движения тела:

$$E_{\Pi} = 0,5mv_C^2 = 0,5mv_{\Pi}^2 \frac{I_C^2}{I_C + ml^2} = E_{\Pi}' \frac{I_C^2}{I_C + ml^2} \quad (35^*)$$

$$E_{Bp} = 0,5mI_C\omega^2 = 0,5mI_C\omega_{\Pi}^2 \frac{m^2l^4}{I_C + ml^2} = E_{Bp}' \frac{m^2l^4}{I_C + ml^2} \quad (36^*)$$

где  $E_{\Pi}'$  – кинетическая энергия поступательного движения тела под действием силы приложенной к его центру масс (инерции);

$E_{Bp}'$  – кинетическая энергия вращательного движения тела под действием эквивалентной пары сил приложенных с плечом силы  $l$ .

Мы получили выражения для кинетических энергий тела при нецентральной действии сил через энергии этого же тела при центральном действии  $E_{II}'$  и

действию эквивалентной пары  $E_{Bp}'$  тех же сил. На Рис. 6. и Рис. 7. для  $E_{II}$  и  $E_{Bp}$

представлены графики функций  $E_{II} = f l$ ,  $E_{Bp} = f l$  и  $E_{II} = f E_{Bp}$ . На графиках

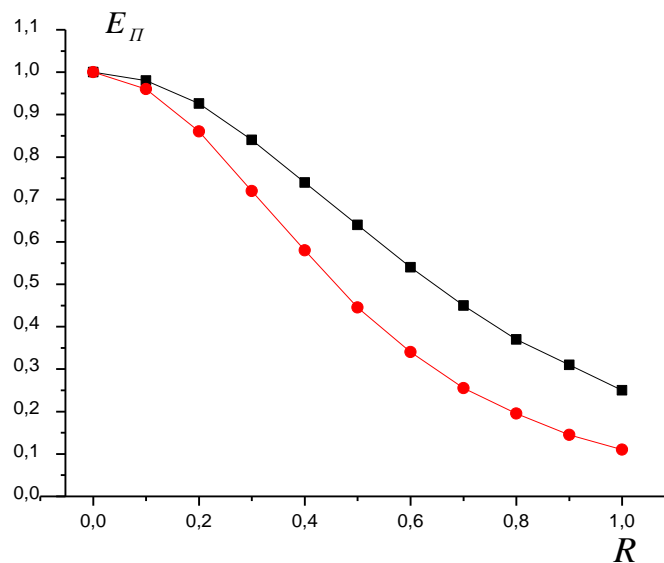
наглядно видно синхронное изменение энергий  $E_{II}$  и  $E_{Bp}$ . При увеличении плеча

силы энергия  $E_{II}$  резко уменьшается, а энергия  $E_{Bp}$  синхронно увеличивается.

Отметим, что  $E_{II}$  и  $E_{Bp}$  не полностью преобразуются друг в друга. Ход графиков

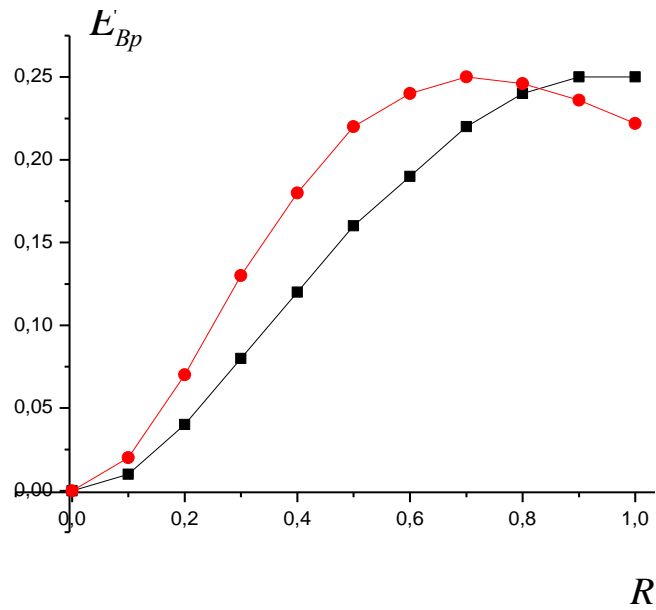
энергий  $E_{II}$  и  $E_{Bp}$  для тел с разными моментами инерции существенно различается.

На Рис. 7. можно видеть, как нелинейно изменяется отношение  $E_{II}$  к  $E_{Bp}$  для разных тел.



$$B - E_{II}^{nol} = f l ; C - E_{II}^{cnl} = f l$$

Рис. 6



$$B - E_{Bp}^{пол} = f l ; C - E_{Bp}^{спл} = f l$$

Рис. 7.

Рассмотрим соотношение энергий  $E_{\Pi}$  и  $E_{Bp}$  при плоском движении с вращением сплошного и полого цилиндров под действием силы приложенной с плечом  $l$  перпендикулярно к оси, проходящей через центр инерции тел.

Для сплошного цилиндра  $I_C = 0,5mR^2$  :

при  $l = R$  соотношение энергий  $E_{\Pi}$  и  $E_{Bp}$  равно:  $E_{\Pi} = 0,5E_{Bp}$  или  $\frac{E_{\Pi}}{E_{Bp}} = \frac{1}{2}$  ;

при  $l = \sqrt{0,5} \cdot R$  ( $I_C = ml^2$ ) соотношение энергий  $E_{\Pi}$  и  $E_{Bp}$  равно:  $E_{\Pi} = E_{Bp}$  ;

при  $l = 0,5R$  соотношение энергий  $E_{\Pi}$  и  $E_{Bp}$  равно:  $E_{\Pi} = 2E_{Bp}$  или  $\frac{E_{\Pi}}{E_{Bp}} = \frac{2}{1}$  .

Для полого цилиндра  $I_C = mR^2$  :

при  $l = R$  соотношение энергий  $E_{\Pi}$  и  $E_{Bp}$  равно:  $E_{\Pi} = E_{Bp}$  ;

при  $l = 0,5R$  соотношение энергий  $E_{\Pi}$  и  $E_{Bp}$  равно:  $E_{\Pi} = 4E_{Bp}$  или  $\frac{E_{\Pi}}{E_{Bp}} = \frac{4}{1}$  .

Для соотношения (37) на Рис. 8. изображены графики зависимости

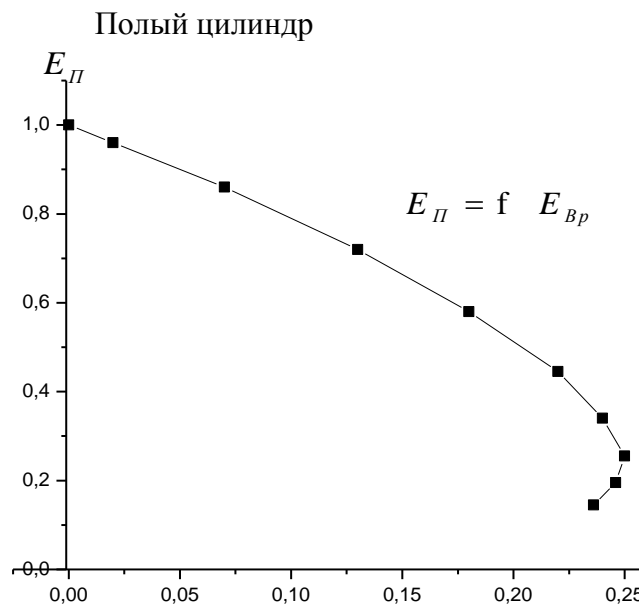
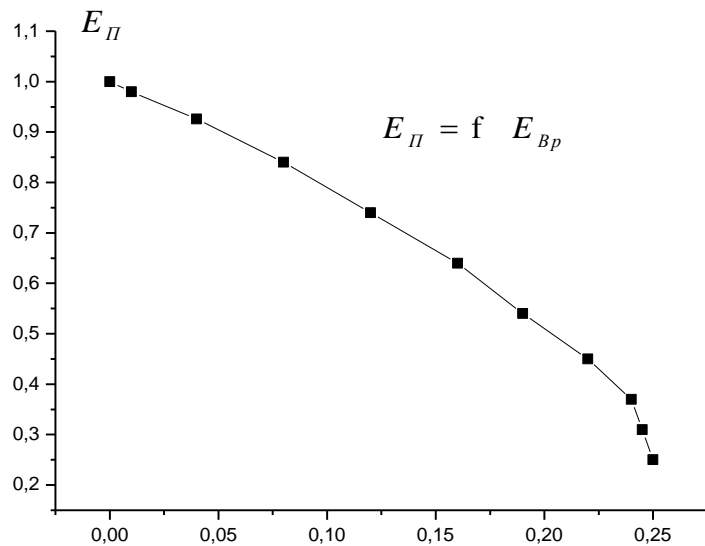
$\frac{E_{\Pi}}{E_{Bp}} = f l$  . Изменение величины плеча силы  $l$  отражается на соотношении

составляющих кинетической энергии тела – поступательной  $E_{\Pi}$  и вращательной  $E_{Bp}$  . С увеличением плеча  $l$  (при  $F = const$  и  $I_C = const$ ) составляющая

кинетической энергии тела  $E_{II}$  уменьшается с одновременным ростом  $E_{Bp}$ . Эти изменения имеют нелинейный характер и также зависят от пространственного распределения массы в теле, относительно его центра масс (инерции) (рис. 8, графики даны в относительных единицах).

Аналогичная взаимозависимость наблюдается для импульса  $p_C$  и момента импульса  $L$  тела (см. рис. 4 и 5). Она свидетельствует о невозможности сохранения импульса  $p_C$  и момента импульса  $L$ , т.е. законы сохранения не имеют места.

Теперь рассмотрим изолированную механическую систему, состоящую из закрытого корпуса с пружинным механизмом, закрепленным и расположенным в его средней части и двух тел с равными массами и разным пространственным



Сплошной цилиндр

Рис. 8.

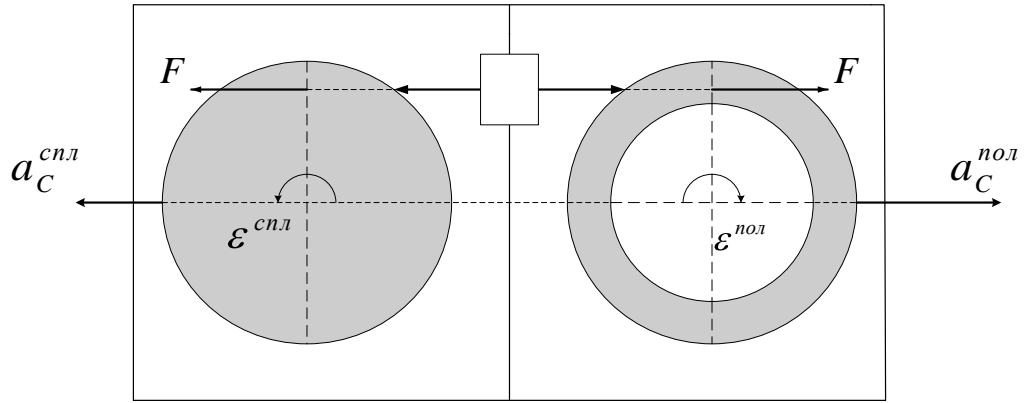


Рис. 9.

Распределением вещества (массы), относительно их центров масс (рис. 9).

Пружинный механизм и тела расположены симметрично относительно центра корпуса. Установим тела таким образом, чтобы под действием сил пружинного механизма равные силы действовали в противоположных направлениях по линии перпендикулярно к оси проходящей через центр масс (инерции) тел с плечом силы  $l$ . Пусть, например, два тела – это полый и сплошной цилиндры. После действия на них сил со стороны пружинного механизма, их центры масс приобретают линейные ускорения  $a_C^{пол}$  и  $a_C^{спл}$  согласно уравнению (18) (для плоского движения тел с вращением) и будут не равны между собой:  $a_C^{пол} = \frac{1}{2}a_{II}$  и  $a_C^{спл} = \frac{1}{3}a_{II}$ . Действие равных сил упругости пружинного механизма направленно в противоположные стороны и они компенсируют друг друга. Таким образом, цилиндры за время действия сил  $\Delta t$  разгоняются до скоростей:

$$v_C^{пол} = a_C^{пол} \Delta t = \frac{1}{2} a_{II} \Delta t = \frac{1}{2} v_{II} \text{ и } v_C^{спл} = a_C^{спл} \Delta t = \frac{1}{3} a_{II} \Delta t = \frac{1}{3} v_{II}, \text{ откуда}$$

$v_C^{пол} - v_C^{спл} = \frac{1}{6} v_{II}$ . Следовательно, импульсы цилиндров тоже будут не равны между

собой:  $mv_C^{пол} - mv_C^{спл} = \frac{1}{6} mv_{II}$ . Происходит нарушение баланса внутренних

импульсов и направленное действия импульса равно  $\frac{1}{6} mv_{II}$  в сторону движения

полого цилиндра. Можно добиться и большего дисбаланса внутренних импульсов варьируя, пространственное распределение массы тел (моменты инерции тел) и плечи сил, используя графики на Рис. 3. и Рис. 4..

Следует особо отметить, что если массы тел не равны между собой, а линии действия сил не проходят через их центры масс, то результат действия таких сил будет аналогичным вышеуказанному. Пусть равные силы  $F$  действуют на тела с не равными массами  $m_1 \neq m_2$ . Положим, что на первое тело действует сила, линия действия которого не проходит через центр масс, а на второе – сила, линия действия которой проходит через центр масс. Тогда можно записать уравнения движения для этих тел:

$$F = m_1 a_{1C} + \frac{ml^2}{I_C} m_1 a_{1C} \text{ и } F = m_2 a_{2C}.$$

Откуда ускорения этих тел равны:

$$a_{1C} = \frac{F}{m_1 \left( 1 + \frac{ml^2}{I_C} \right)} \text{ и } a_{2C} = \frac{F}{m_2}.$$

При последующем ударе этих тел с такими ускорениями о стенки, на последние будут действовать силы:

$$F_1 = m_1 a_{1C} = m_1 \frac{F}{m_1 \left( 1 + \frac{ml^2}{I_C} \right)} = \frac{F}{\left( 1 + \frac{ml^2}{I_C} \right)} \text{ для первого тела и } F_2 = m_2 a_{2C} = F \text{ для}$$

второго тела. Таким образом, силы  $F_1$  и  $F_2$  не равны ( $F_2 > F_1$ ). Первое тело как бы является неким «преобразователем» поступательного действия силы  $F$ .

## 1.2. Взаимодействие тел при качении.

Рассмотрим общий случай действия силы на тела вращения, обладающие симметрией вращения относительно геометрической оси  $C$ . Движение однородных тел вращения радиуса  $R$  и массы  $m$  происходит по горизонтальной плоскости без скольжения. В начальный момент тело покоится. Найдем линейное ускорение центра масс (инерции)  $a_C$  и угловое ускорение  $\varepsilon$  тела. Применим уравнение моментов относительно мгновенной оси вращения, проходящей через точку  $K$  (рис. 10.).

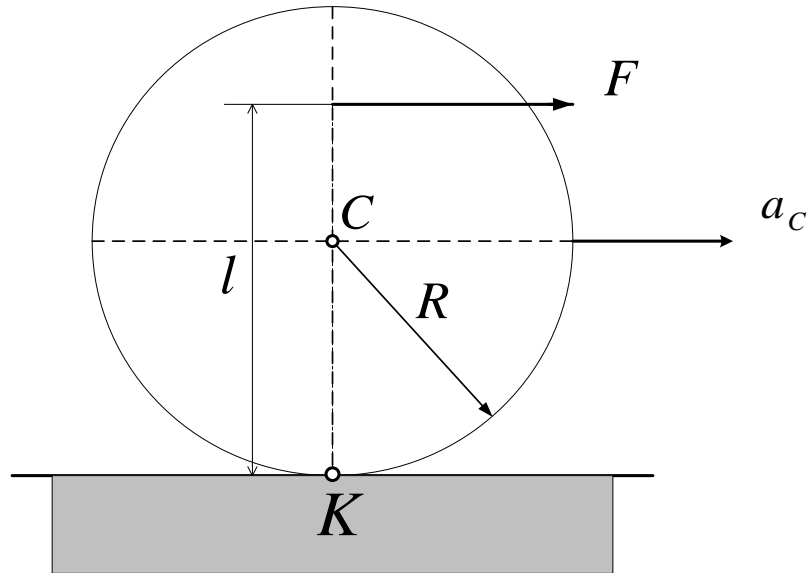


Рис. 10

Поскольку эти точки в каждый момент времени неподвижны, то сила трения будет силой трения покоя  $F_{mp}$ . Уравнение моментов имеет простую форму

$$I_K \frac{d\omega}{dt} = F \cdot l, \quad (38)$$

где  $I_K = I_C + mR^2$  – момент инерции тела относительно мгновенной оси, проходящей через точку  $K$ ;

$I_C$  – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс  $C$ ;

$l$  – плечо силы  $F$ .

Поскольку тело катится по поверхности без проскальзывания, то можно записать дополнительные уравнения связи между линейными и угловыми величинами:

$$v_C = \omega R \text{ и } a_C = \frac{d\omega}{dt} R. \quad (39)$$

Подставим в уравнение (38) величину углового ускорения из (39) и получаем

$$I_C + mR^2 \frac{a_C}{R} = F \cdot l \text{ или } F = \frac{I_C + mR^2}{l \cdot R} a_C \quad (40)$$

откуда для линейного ускорения центра масс тела имеем:

$$a_C = F \frac{l \cdot R}{I_C + mR^2} = a_{II} \cdot m \frac{l \cdot R}{I_C + mR^2}, \quad (41)$$

где  $a_{II}$  – ускорение поступательного движения тела в случае действия силы  $F$  приложенной к его центру масс.

Из условия (39) можно найти угловое ускорение, которое получит тело в результате действия силы  $F$ , используя выражение (41):

$$\varepsilon = \frac{a_c}{R} = \frac{F \cdot l}{I_c + mR^2}. \quad (42)$$

Для тел вращения катящихся по ровной прямой поверхности ускорение центра масс  $a_c$  также не равно поступательному ускорению  $a_{\Pi}$  от действия такой же силы на центр масс тела. При качении под действием силы линейные и угловые ускорения тел имеют существенную зависимость от плеча силы  $l$  и более мягкую от пространственного распределения массы тел относительно их центров инерции (рис. 11).

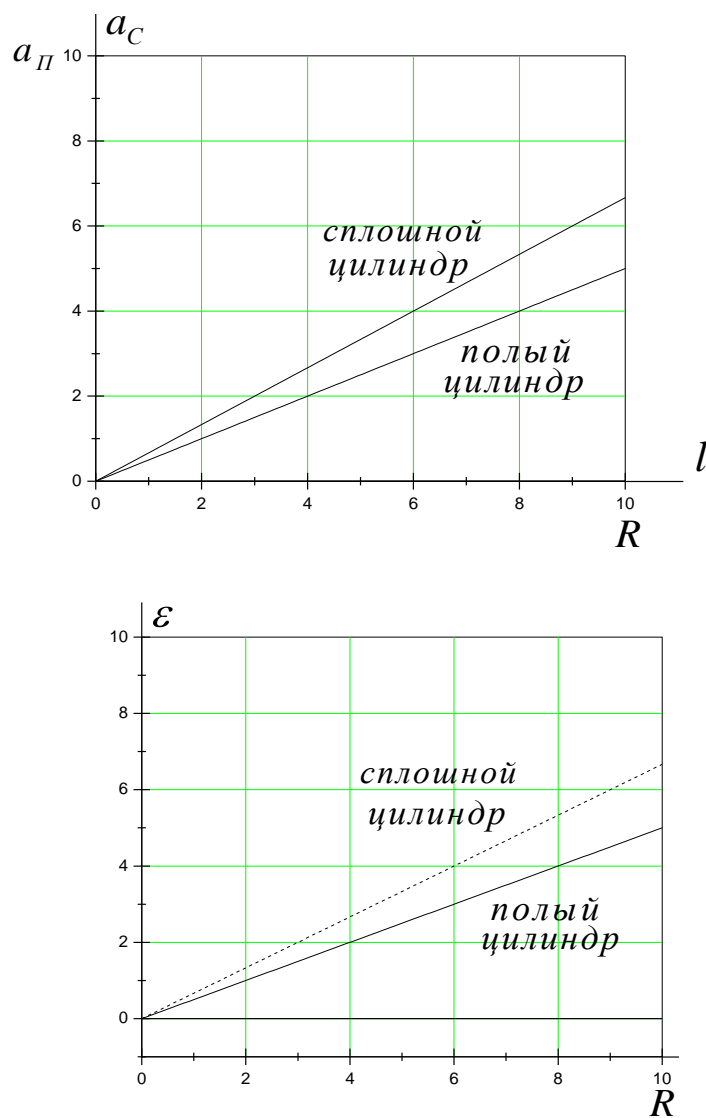


Рис. 11.

Отметим, что эти графики имеют линейный характер и существенно отличаются от графиков для тел свободных от кинематических связей (рис. 3). Как линейные, так и угловые ускорения тел при качении одинаково линейно растут с увеличением

плеча силы, тогда как для тел свободных от кинематических связей линейные ускорения убывают синхронно с увеличением угловых ускорений. Такая разница связана с тем, что при качении на тела действует пара сил – сила действия  $F$  и сила трения, связанная с поверхностью по которой оно катится.

Уравнение движения можно записать в виде:

$$F = a_c \cdot \frac{I_C + mR^2}{l \cdot R} = m \cdot \frac{I_C + R^2}{m \cdot l \cdot R} a_c. \quad (43)$$

Кинетическая энергия катящегося тела также определяется уравнением (32). Линейную и угловую скорости находим из (40) и (41), получаем:

$$v_c = a_c \Delta t = F \Delta t \frac{R \cdot l}{I_C + mR^2} \quad (44)$$

$$\omega = \varepsilon \Delta t = F \Delta t \frac{l}{I_C + mR^2}. \quad (45)$$

Откуда для кинетической энергии поступательного и вращательного движения тела имеем:

$$E_{\Pi}^{кач} = 0,5mF^2 \Delta t^2 \frac{R^2 \cdot l^2}{I_C + mR^2} \quad (46)$$

$$E_{Вр}^{кач} = 0,5I_C F^2 \Delta t^2 \frac{l^2}{I_C + mR^2} \quad (47)$$

и их отношение

$$\frac{E_{\Pi}^{кач}}{E_{Вр}^{кач}} = \frac{mR^2}{I_C} = \frac{1}{\gamma}, \quad (48)$$

(где  $I_C = \gamma mR^2$ )

является постоянным для данного тела и зависит только от пространственного распределения массы тела.

## 2. Эксперимент.

Автор изготовил замкнутую механическую систему изображенную на Рис. 12.. Система состоит из трех тел – тележки на роликах и двух цилиндров одинаковых размеров (их радиусы равны  $R$ ) и равными массами (весом)  $m$ .

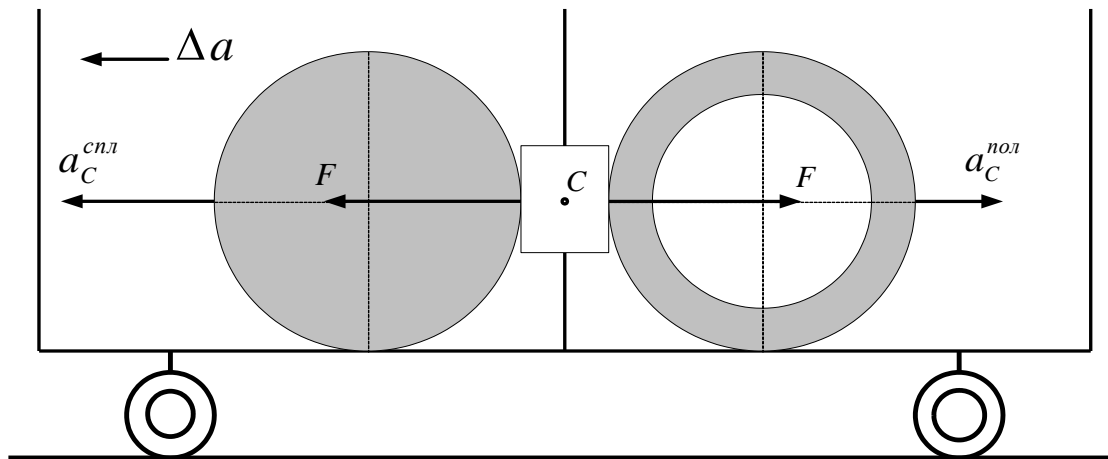


Рис. 12

Один из цилиндров является полым, а другой – сплошным. Цилиндры расположены на ровной плоской поверхности тележки симметрично относительно ее центра масс. Тележка по краям имеет бортики высотой равной диаметру цилиндров. В центре масс всей системы установлен механизм, толкающий цилиндры в противоположные стороны с равными силами  $F$ . Коэффициенты трения для цилиндров равны, т.к. их поверхности выполнены из одинакового материала.

На систему не действуют внешние силы. На цилиндры за время  $\Delta t$  действуют равные внутренние силы  $F$  со стороны механизма. Под действием этих сил цилиндры катятся по поверхности тележки в противоположных направлениях. Силы трения равны и направлены противоположно. В результате действия пружинного механизма цилиндры ударялись о борта тележки, и она перемещалась в сторону движения сплошного цилиндра.

Определим результат действия внутренних сил  $F$ . Линейные ускорения для полого и сплошного цилиндров, согласно (41), равны:

$$\text{для сплошного цилиндра } (I_{\text{спл}} = 0,5mR^2) - a_c^{\text{спл}} = \frac{F}{1,5m} \approx 0,67 \frac{F}{m} \quad (49)$$

$$\text{для полого цилиндра } (I_{\text{пол}} = mR^2) - a_c^{\text{пол}} = \frac{F}{2m} = 0,5 \frac{F}{m}. \quad (50)$$

Откуда следует, что  $a_C^{cпл} > a_C^{пол}$ .

И так, в результате действия внутренних сил равных  $F$  цилиндры, имеющие равные массы, за один и тот же промежуток времени приобретают разные по величине линейные ускорения центров масс, а соответственно и скорости. Причина такого взаимодействия кроется в разном пространственном распределении массы вещества цилиндрических тел.

Получив не равные линейные скорости и перемещаясь в противоположные стороны, цилиндры при ударе о бортики передают тележке результирующий импульс отличный от нуля и направленный в сторону большей по величине скорости. В рассмотренном случае результирующий импульс направлен в сторону движения сплошного цилиндра. Результирующая сила, действующая на замкнутую систему (тележку) с учетом (49) и (50) будет равна

$$F_{cис} = m a_C^{cпл} - a_C^{пол} = m \left( 0,67 \frac{F}{m} - 0,5 \frac{F}{m} \right) = 0,17F . \quad (51)$$

Неравнозначное действие цилиндров на бортики тележки создает внутреннюю силу тяги  $F_{cис}$  равную 17% от внутренней силы  $F$ .

Автор проводил эксперименты с цилиндрами, т.к. они проще в изготовлении и удобны в обращении в отличие от других тел вращения (диски, кольца, шары и т.п.). Очевидно, что, меняя местами цилиндры (поворачивая платформу тележки на  $180^\circ$ ) можно непрерывно двигать ее в одном направлении, посредством только внутренних сил. Мы изготовили такое устройство и оно успешно двигалось без привода на колеса.

Очевидно, что еще большего эффекта мы добились, когда один из цилиндров перемещался только поступательно (без вращения), а другой – полый катился по поверхности тележки. В этом случае ускорения центров масс (инерции) цилиндров равны:

$$\begin{aligned} \text{для катящегося полого} - a_C^{пол} &= \frac{F}{2m} = 0,5 \frac{F}{m} \\ \text{длядвигающегося поступательно} - a_{II} &= \frac{F}{m} . \end{aligned} \quad (52)$$

Как видим, разница между ускорениями существенно возросла ( $a_{пол}$  в два раза больше  $a_C^{пол}$ ) и соответственно не скомпенсированная сила действующая внутри на замкнутую систему равна

$$F_{cuc} = m a_{II} - a_C^{пол} = m \left( \frac{F}{m} - 0,5 \frac{F}{m} \right) = 0,5F. \quad (53)$$

Неравнозначное действие цилиндров на бортики тележки создало внутреннюю силу тяги  $F_{cuc}$  равную 50% от величины внутренней силы  $F$ .

Далее была собрана механическая система, состоящая из двух одинаковых по массе небольших тележек, на которых были размещены полые и массивные цилиндры, свободно вращающиеся вокруг своих продольных осей (рис. 13.).

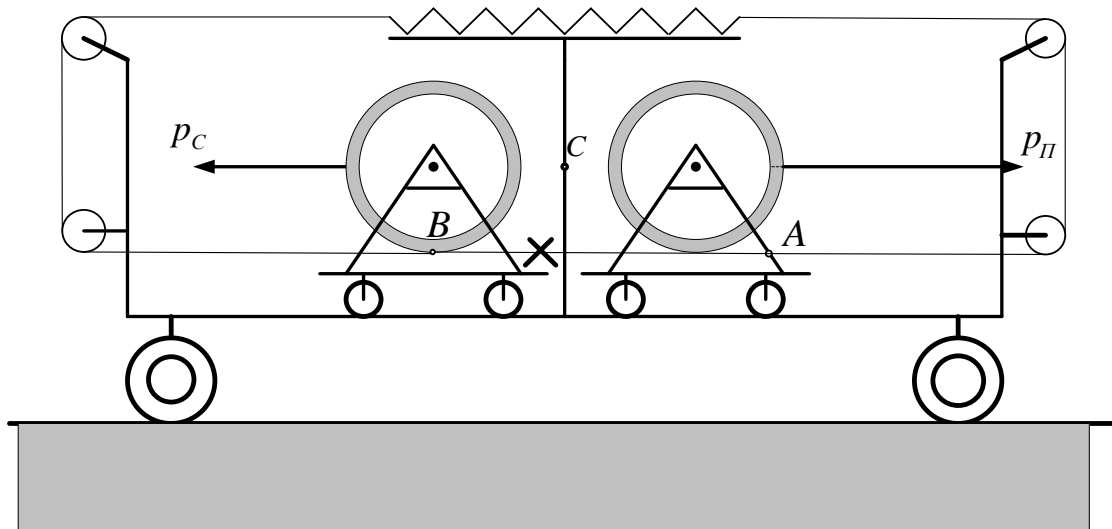


Рис. 13.

Размеры и массы (вес) цилиндров были равными. Тележки с цилиндрами в свою очередь были установлены в центре большой по длине тележки. Большая тележка имела отверстия в бортах, через которые были протянуты нити, закрепленные в точках  $A$  и  $B$ . Таким образом, центр масс всей системы находился в середине большой тележки. Пружину (или резиновый шнур) располагали над перегородкой и ее концы, посредством нитей соединяли с корпусом одной из малых тележек (точка  $A$ ) и наматывали 1-2 витка нити на цилиндр другой малой тележки и фиксировали ее на последнем (точка  $B$ ). Далее точки  $A$  и  $B$  соединяются между собой замкнутой по контуру нитью как показано на Рис. 13. при этом пружина должна быть растянута. На данную замкнутую систему не действуют внешние силы. Далее пережигаем нить на участке  $AB$  и пружина сжимается. Силы упругости пружины будут действовать с равными силами в точках  $A$  и  $B$ , и под действием этих равных сил тележка с точкой  $B$  будет перемещаться с одновременным вращением цилиндра, а другая малая тележка так же будет двигаться поступательно, но ее цилиндр не будет вращаться. Обе малые тележки разгоняются и ударяются в

перегородку, и в результате большая тележка перемещается в сторону движения тележки с точкой  $A$ .

Движение этой замкнутой системы за счет внутренних сил (сил упругости пружины) можно описать уравнениями (19) пренебрегая малыми по сравнению с цилиндрами массами легких тележек:

$$F = ma_c \left( 1 + \frac{ml^2}{I_c} \right) = ma_c + \frac{ml^2}{I_c} ma_c.$$

Ускорение центра масс для тележки с вращающимся цилиндром (с точкой  $A$ )  $a_c$  будет меньше ускорения центра масс  $a_{II}$  второй малой тележки, а, следовательно, их скорости и импульсы будут не равны. Импульс для цилиндра без вращения равный  $p_{II} = ma_{II}\Delta t$  и переданный замкнутой системе больше чем импульс цилиндра совершающего вращение  $p_c = ma_c\Delta t = \frac{ma_{II}\Delta t}{1 + \frac{ml^2}{I_c}} = ma_{II} \cdot \frac{I_c\Delta t}{I_c + ml^2}$

на величину  $\Delta p_{сис} = p_{II} \left( 1 - \frac{I_c}{I_c + ml^2} \right) = p_{II} \frac{ml^2}{I_c + ml^2}$ . Мы использовали полые

цилиндры. При этом  $I_c = mR^2$  и  $l = R$ , тогда  $\Delta p_{сис} = 0,5p_{II}$ .

Как и в предыдущем случае, можно двигать всю систему в одном направлении, меняя точки приложения сил (точки  $A$  и  $B$ ) попеременно.

Следующие опыты с дисками (для подтверждения справедливости уравнений движения (19) и (22)) являются очень простыми и наглядными. Необходимы два равных по размерам и массе (весу) диска. К одному из них мы закрепили к его краю конец куска нити (шнура), к другому диску – конец другого куска нити (шнура) за его центр масс. Оставшиеся свободными концы нитей перекинули через укрепленные на столе ролики, расположенные по разные стороны стола, и привязали их к концам пружины (резинового шнура). Далее, положенные на стол диски мы сдвигали между собой, и нити и пружина растягивались. На столе проводили разметку линиями как указано на Рис. 14.. Первый диск устанавливался таким образом, что сила натяжения нити действовала на край диска и линия ее действия не проходила через его центр масс и была параллельна нити другого диска. Затем оба диска фиксировались в положении указанном на Рис. 14. и

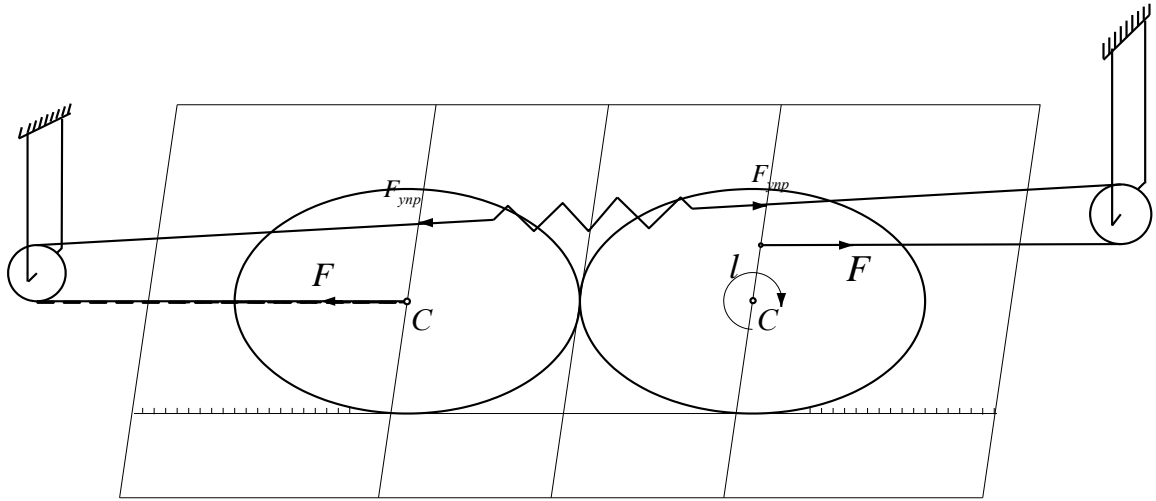


Рис. 14.

Одновременно освобождались. Оба диска смещались в противоположные стороны на разные расстояния от линии их соприкосновения. При этом первый диск совершал одновременно вращательное и поступательное движения и перемещался на меньшее расстояние, чем второй диск, совершавший только поступательное перемещение. В разных сериях опытов мы меняли плечо силы на первом диске, перемещая конец нити ближе к центру диска. Чем меньше было плечо силы, тем ближе по значению было расстояние перемещения первого диска ко второму, и только при значении плеча силы равного нулю перемещение обоих дисков стало равным по расстоянию. Такое движение дисков соответствует уравнениям (19) и (22).

### 3. Обсуждение.

Как известно из классической механики, отношение масс двух разных тел равно обратному отношению их ускорений, сообщаемых им равными силами  $F$  :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad \text{или} \quad F = m_1 a_1 = m_2 a_2 . \quad (54)$$

Следовательно, сравнение масс тел  $m_1$  и  $m_2$ , на которые действует одна и та же сила  $F$ , сводится к сравнению ускорений  $a_1$  и  $a_2$ .

В рассматриваемом случае тела имеют равные массы и одинаковые размеры. На них действуют равные силы. Согласно (54) второму закону классической механики при равных массах тел мы должны получить в расчетах и опытах равные ускорения тел, но как было показано экспериментально (и теоретически) это не выполняется.

При поступательном движении используется известное выражение

$$F = m \frac{dv_c}{dt} = ma_c, \quad (55)$$

второй закон Ньютона. Попробуем сравнить уравнения движения (19)

$$F = ma_c \left( 1 + \frac{ml^2}{I_c} \right) = ma_c + m \frac{ml^2}{I_c} a_c$$

и (43)  $F = a_c \cdot \frac{I_c + mR^2}{l \cdot R}$  (для случая качения) полученные в данной работе.

Преобразуем, последнее уравнение для случая  $l = R$  и получаем:

$$F = m \left( 1 + \frac{I_c}{mR^2} \right) a_c = ma_c + m \frac{I_c}{mR^2} a_c. \quad (56)$$

В этих уравнениях кроме массы  $m$  (проявляющаяся при линейном ускорении тела под действием силы  $F$  приложенной к центру масс тела) имеются динамические массы –  $m \frac{ml^2}{I_c}$  и  $m \frac{I_c}{mR^2}$  (для случая качения тел), которые проявляются только при вращении тел.

В общем случае момент инерции тела определяется следующим выражением

$$I_c = \gamma \cdot mR^2, \quad (57)$$

где  $\gamma$  – число, характеризующее степень инертности тел при их вращении вокруг центра инерции. Подставим (57) в (19) и (56) и получим иные формы записи второго закона Ньютона:

$$F = \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right) ma_c \quad (58)$$

$$F = 1 + \gamma \, ma_c, \quad (59)$$

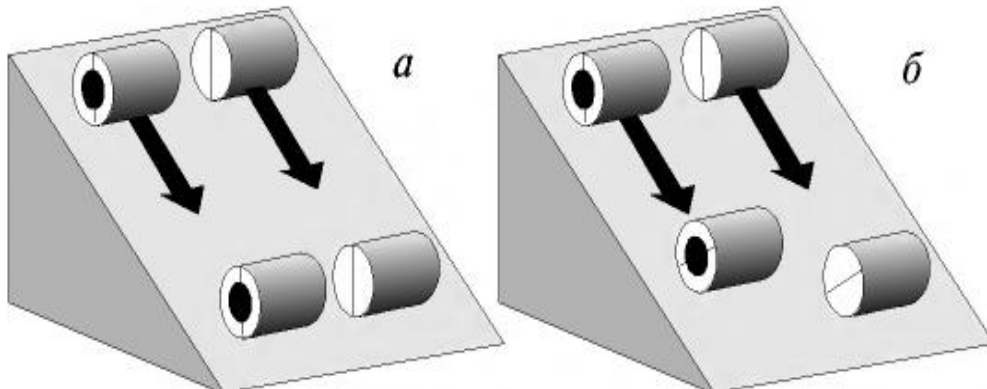
где  $\gamma = \frac{I_c}{mR^2} > 0$ . Полученные выражение имеют привычную форму записи второго

закона механики, и отличается коэффициентами  $\left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right)$  и  $1 + \gamma$ , от которых существенно зависит ускорение центра масс (инерции) тел. Эти коэффициенты наравне с массой  $m$  характеризует степень влияния пространственного распределения массы в телах на их инертность при вращении.

Проведенные автором опыты свидетельствуют о том, что действие равных сил на тела, имеющие равные массы и размеры, но разное пространственное

распределение массы, вызывает не равные линейные ускорения этих тел. В замкнутых системах, содержащих два (или более) тела, имеющих разную степень инертности –  $\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)$  и  $1 + \gamma$ , возможен дисбаланс внутренних сил (импульсов), который проявляется в их самодвижении (движении за счет внутренних сил). Если степени инертности  $\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)$  и  $1 + \gamma$  тел будут равны, то дисбаланс внутренних сил будет отсутствовать, а центр масс системы останется в покое.

Практически все лекции и курсы механики включают качение тел по наклонной поверхности. В частности рассматриваются полый и сплошной цилиндры с равными массами (взвешивание). Как известно, при качении без проскальзывания, сплошной цилиндр достигает конца наклонной плоскости быстрее полого цилиндра (рис. 15.), т.е.  $a_C^{спл} > a_C^{пол}$ , в то время как на оба цилиндра действуют равные силы тяжести.



- а) Цилиндры скользят по наклонной поверхности;
- б) Цилиндры катятся по наклонной поверхности без проскальзывания

Рис. 15

По логике классической динамики, при действии на тела с равными массами (весом) равных сил мы должны иметь следующее:

$$\frac{a_C^{спл}}{a_C^{пол}} = \frac{m^{пол}}{m^{спл}}, \text{ но ускорения не равны, следовательно, инертные массы то же не равны}$$

$$m^{пол} \neq m^{спл} \text{ и } m^{пол} > m^{спл}.$$

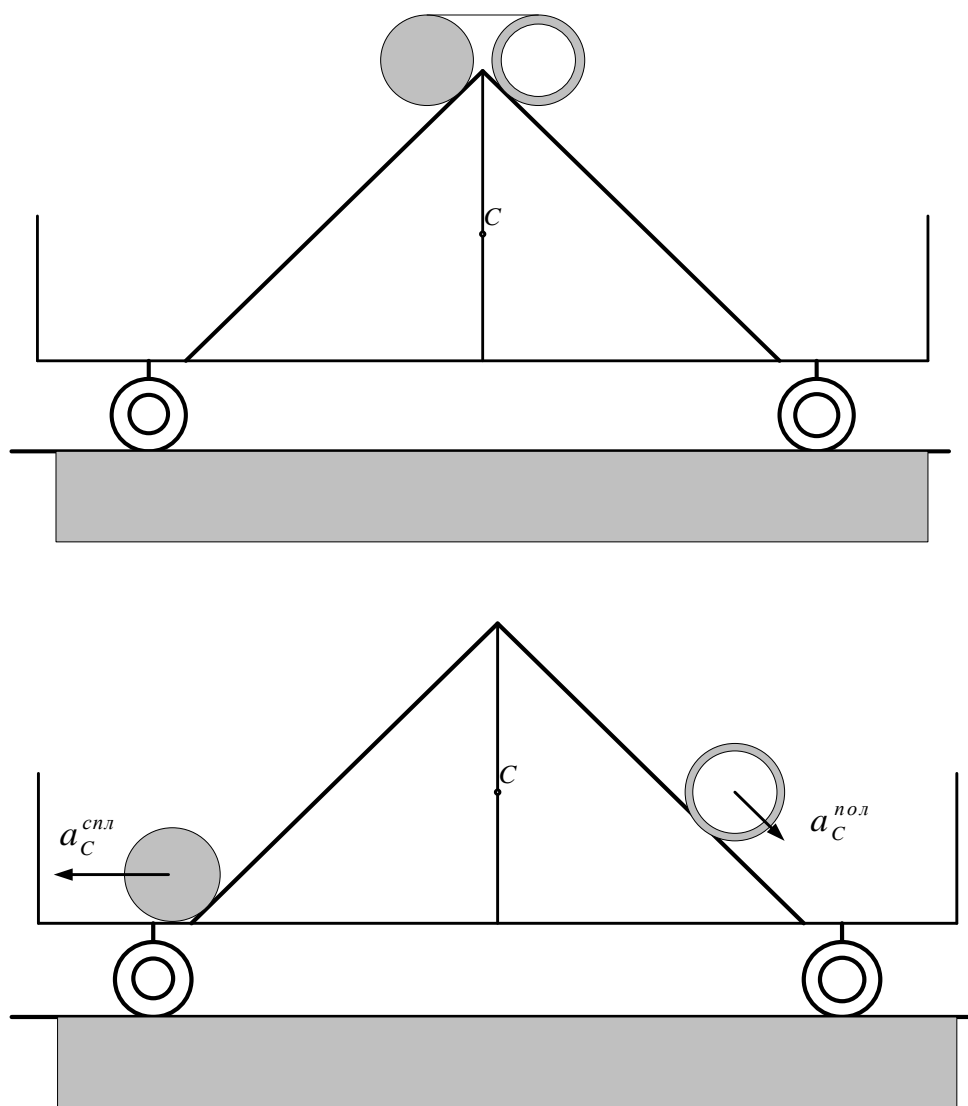


Рис. 16.

Автор в своих опытах изменил направления скатывания цилиндров как показано на Рис. 16. На тележку с роликами были размещены две равных по длине и закрепленные под равными углами, наклонные плоскости, составляющие треугольную призму. Пустой и сплошной цилиндры (равные по весу) крепили между собой нитью и размещали на вершине призмы. Далее нить пережигали, и цилиндры скатывались по наклонным плоскостям в противоположные стороны и ударялись в бортики тележки расположенные на равных расстояниях от боковых граней призмы. Каждый раз цилиндры меняли местами, но всегда тележка после ударов цилиндров смещалась в сторону движения сплошного цилиндра.

Любой экспериментатор может провести элементарные опыты с тележками. Для этого необходимо изготовить две тележки равные по массе (по весу) и иметь вместо колес равное число полых (на первой) и сплошных (на второй) цилиндров

равных по размеру и весу. Далее надо установить тележки на равных расстояниях от края стола и прикрепить к каждой нить (легкий шнур) на другой конец которых привязать равные по весу грузы. Затем, при натянутом состоянии нитей, одновременно сбросить грузы с края стола и убедиться в том, что тележка со сплошными колесами-цилиндрами упадет раньше другой – с полыми колесами-цилиндрами. Здесь масса (вес) всей конструкции тележек равны между собой и на них действуют равные силы, но они приобретают разные ускорения. Можно проделать много вариантов подобных опытов и получить один и тот же результат – ускорения будут не равны.

#### 4. Динамическая масса.

Сложность задачи по объяснению экспериментальных фактов, не согласующихся с классической теоретической механикой, вызвана тем, что необходимо переосмыслить устаревшие представления о консервативных законах сохранения импульса и момента импульса и понятия инертной массы.

В последние годы появляются работы, в которых освещается вопрос природы инерции (массы) тел. В книге [1] автор рассматривает понятие массы и инерции как динамические характеристики материи. Одно и то же тело может проявлять разную величину инерции в зависимости от его состояния. Можно смело сказать, что работа [1] Иванова М.Г. во многом является совершенно новым и глубокомысленным взглядом на область взаимосвязи гравитации, инерции и динамических свойств и структуры материи.

Исходя из динамического понимания инерции (массы) тел, попробуем разобраться в проведенных автором опытах по взаимодействию тел при их одновременном поступательном движении и вращении внутри «замкнутых» систем и расчетах, полученных в первом разделе. Как было показано, тела, имеющие равные массы (в классическом понимании) и свободные от кинематических связей (взаимодействие в невесомости и без постоянного контакта с другими телами), в результате действия равных сил, линии действия которых не проходят через их центры масс (инерции), приобретают разные по величине (но всегда меньшие, чем  $a_{II}$ ) линейные ускорения центра масс  $a_C$ . С позиций второго закона механики, где масса в уравнении движения  $F = ma$  имеет роль коэффициента, связывающего силу  $F$  с ускорением  $a$ , которое получает тело в результате ее действия, мы в праве предположить, что в рассматриваемых в данной работе случаях уменьшение ускорения центра масс  $a_C$ , обусловлено увеличением инертности тела или

«проявлением» добавочной массы тела за счет его вращения вокруг оси, проходящей через центр масс (инерции). В результате нецентрального действия силы  $F$  все атомы вещества тела помимо линейных ускорений (см. рис. 1) согласно (19) и (22) приобретают добавочные линейные ускорения, связанные с угловым ускорением  $\varepsilon$  :

$$a_i = \varepsilon \cdot r_i, \quad (60)$$

где,  $r_i$  – расстояние от оси вращения до  $i$ -го атома тела. Понятно, что вращение тела под действием силы происходит из-за разницы величин линейных ускорений вдоль линии  $AK$  (см. рис. 1), проходящей через центр масс (инерции) тела. При качении тел во время их разгона тело приобретает линейное и угловое ускорения одновременно. При этом мы наблюдаем для тел равных по массе (весу) и размерам, разные (не равные) линейные и угловые ускорения от действия одной и той же силы. Это связано с тем, что тела, имеющие разное пространственное распределение вещества (массы), относительно своего центра масс, проявляют новое свойство – у них при ускоренном вращении появляется разная динамическая масса  $\Delta m$ , и общая масса тела  $m_{\text{общ}} = m + \Delta m$  так же будет разной, например:

при  $l = \text{const}$  и  $F = \text{const}$

$$\text{для сплошного цилиндра} - \Delta m_{\text{спл}} = \frac{ml^2}{I_C} \cdot m = \frac{ml^2}{0,5mR^2} \cdot m = \frac{l^2}{0,5R^2} \cdot m$$

$$\text{для полого цилиндра} - \Delta m_{\text{пол}} = \frac{ml^2}{I_C} \cdot m = \frac{ml^2}{mR^2} \cdot m = \frac{l^2}{R^2} \cdot m.$$

Понятно что общие массы этих тел  $m_{\text{общ}} = m + \Delta m$  будут неравные.

Запишем второй закон механики для тела при действии на него силы  $F$ , приложенной к центру масс (инерции) и с линией действия не проходящей через последний:

$$F = ma_{\Pi} = m'a_C, \quad (61)$$

где  $m' = m_{\text{общ}} = m + \Delta m$  – масса, проявляемая телом в направлении его перемещения под действием одной и той же силы, линия действия которой не проходит через его центр масс (инерции), при этом тело одновременно совершает ускоренное поступательное и вращательное движение;

или (61) запишем в виде отношения:

$$\frac{m_{\text{общ}}}{m} = \frac{a_{\Pi}}{a_C} = \frac{I_C + ml^2}{I_C}, \quad (62)$$

откуда для  $m_{общ}$ , получаем

$$m_{общ} = m \frac{I_C + ml^2}{I_C}. \quad (63)$$

Дополнительную инерцию телу, при одновременном поступательном движении и вращении тела, по сравнению с его только поступательным движением придает динамическая масса  $\Delta m = m_{общ} - m$ . Запишем уравнение для динамической массы тела, согласно уравнению (19):

$$\Delta m = m \frac{ml^2}{I_C} = m \frac{l^2}{\gamma R^2}. \quad (64)$$

Таким образом, величина динамической массы тела зависит от расположения точки приложения силы и пространственного распределения вещества (массы) тела относительно его центра масс (инерции). На Рис. 17. приведены графики функций  $\Delta m = f l$  для разных тел.

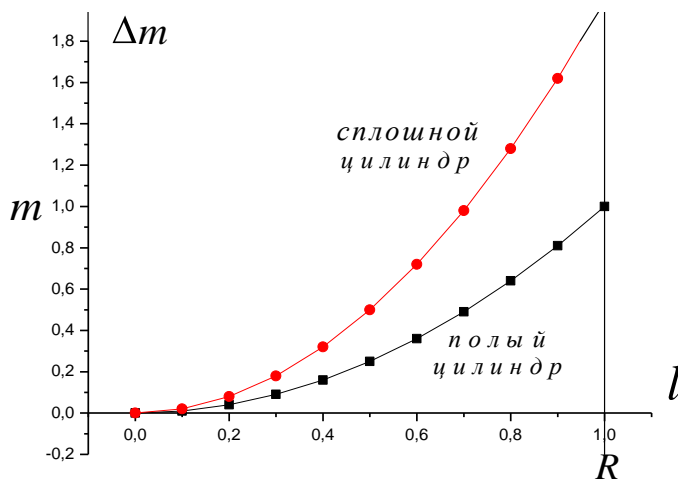


Рис. 17.

Из выражения (64) получим значения динамической массы для пологого и сплошного цилиндров:

при  $F = const$  и  $l = R$

для пологого цилиндра –  $\Delta m = m$  и поэтому  $a_C^{пол} = \frac{F}{m + \Delta m} = \frac{F}{2m} = \frac{1}{2} a_{II}$ ;

для сплошного цилиндра –  $\Delta m = 2m$  и поэтому  $a_C^{спл} = \frac{F}{m + \Delta m} = \frac{F}{3m} = \frac{1}{3} a_{II}$ .

Как видно из этого примера – нельзя пренебрегать в расчетах динамической массой.

Динамическая масса  $\Delta m$  в первой части данной статьи имела следующее выражение:

$$\Delta m = \frac{\varepsilon}{a_c} l \cdot m \quad (65)$$

откуда отношение  $\frac{m_{\text{общ}}}{m}$  выглядит следующим образом:

$$\frac{m_{\text{общ}}}{m} = \frac{m + \Delta m}{m} = \frac{m + \frac{\varepsilon}{a_c} l \cdot m}{m} = 1 + \frac{\varepsilon \cdot l}{a_c}. \quad (66)$$

Полученное выражение показывает, как изменяется общая инертная масса  $m_{\text{общ}}$  для тела, совершающего одновременно ускоренное поступательное и вращательное движения под действием нецентральной силы по отношению к инертной массе  $m$  тела, которое совершает только поступательное ускоренное движение под действием той же силы. При отсутствии углового ускорения или равенстве плеча силы нулю вышеприведенное отношение будет равно единице.

Согласно уравнению (22) для углового ускорения тела уравнение движения имеет вид:

$$F = \frac{\varepsilon \cdot I_c}{l} + m \cdot \varepsilon \cdot l = \frac{\varepsilon \cdot I_c}{l} + m a_{\Pi} - a_c \quad (67)$$

Здесь при вращении, тело проявляет дополнительную инертность, связанную с добавочным линейным ускорением равным  $a_{\Pi} - a_c$ . Для наглядности на Рис. 18. изображены четыре случая движения тел и записаны уравнения их движения. Понятно, что только уравнения (19) и (22), в которых учитывается одновременное линейное и угловое ускорения тела, могут правильно описывать такое движение тела.

Если под действием силы  $F$  происходит изменение линейной  $v$  (тело получает линейное ускорение  $a_c$ ) и угловой  $\omega$  (тело получает угловое ускорение  $\varepsilon$ ) скоростей тела, тогда оно проявляет инерцию пропорциональную сумме инертной массы  $m$  и динамической массы  $\Delta m = m \frac{ml^2}{I_c} = m \frac{l^2}{\gamma R^2}$ . В результате второй закон механики должен иметь следующий вид:

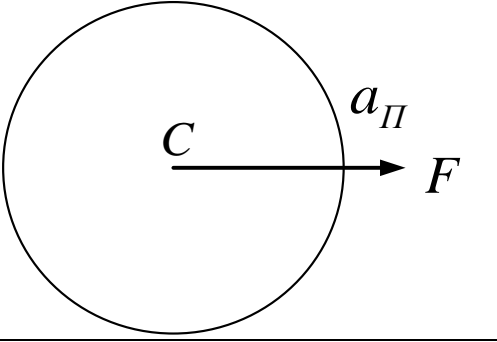
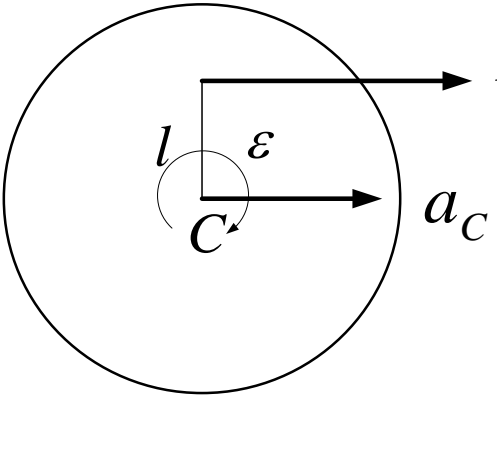
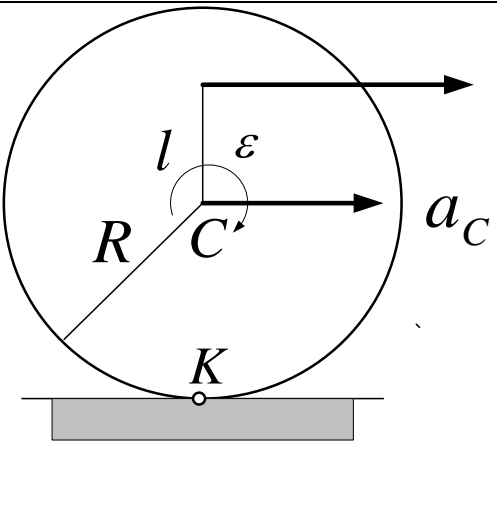
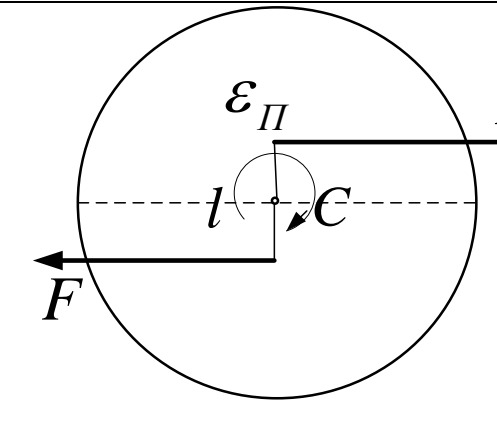
	<p>Линия действия силы <u>проходит через центр масс</u> (инерции) тела.</p> <p>Применяется <u>второй закон Ньютона</u>;</p>	$F = ma_{\Pi}$
	<p>Линия действия силы <u>не проходит через центр масс</u> (инерции) тела. Применяются наши формулы, <u>нельзя применять второй закон Ньютона</u>;</p>	$F = ma_C + \frac{ml^2}{I_C} ma_C$ $F = \frac{I_C}{l} \varepsilon + m \cdot l \cdot \varepsilon$ $F = ma_C + m \cdot l \cdot \varepsilon$ $F = \frac{I_C}{l} \varepsilon + \frac{ml^2}{I_C} ma_C$
	<p><i>Качение.</i> Линия действия силы <u>проходит и не проходит через центр масс</u> (инерции) тела. Применяется уравнение моментов относительно оси К и уравнение связи (без проскальзывания).</p>	$F = \frac{I_C}{l} \varepsilon$ <p>и</p> $a_C = \varepsilon \cdot R$
	<p><i>Пара сил.</i> Применяется уравнение моментов относительно оси С.</p>	$F = \frac{I_C}{l} \varepsilon_{\Pi}$

Рис. 18.

$$F = m + \Delta m \ a_c = ma_c + \Delta ma_c = ma_c + \frac{ml^2}{I_c} m \cdot a_c. \quad (68)$$

При действии на тело пары сил  $F$  с плечом  $l$  (тело только вращается) имеем:

$$F = \frac{I_c}{l} \cdot \varepsilon_{\Pi} = \frac{\gamma m R^2}{l} \cdot \varepsilon_{\Pi} = \frac{\gamma R^2}{l} \cdot m \varepsilon_{\Pi}. \quad (69)$$

Чем меньше плечо силы  $l$ , тем большую силу  $F$  требуется приложить к телу для придания ему углового ускорения  $\varepsilon$ , т.е. динамическая масса тела зависит от пространственного распределения вещества (массы) тела, относительно его центра масс (инерции), и величины плеча пары сил.

В случае вращения тела с постоянной угловой скоростью  $\omega$  без поступательного перемещения оно проявляет инерцию к внешнему действию силы только в том случае, когда последнее будет изменять его угловую скорость (т.е. придавать телу угловое ускорение, при котором оно проявляет свою динамическую массу). Рассмотрим эти случаи:

а) линия действия силы направлена перпендикулярно к оси вращения тела и проходит через тело (рис. 19);

б) линия действия силы направлена параллельно оси вращения тела и проходит через тело (рис. 20);

в) линия действия силы направлена перпендикулярно к физической оси тела (гироскоп, маховик и т.п.) и не проходит через тело (рис. 21).

Следует особо подчеркнуть, что динамическая масса проявляется только при действии на вращающиеся тела в указанных выше случаях, и при действии пары сил на тела при их разгоне (только ускоренное вращение) и действии силы на

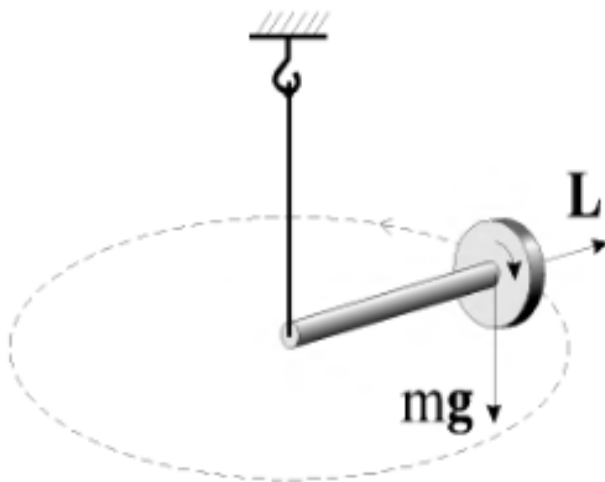


Рис. 19.

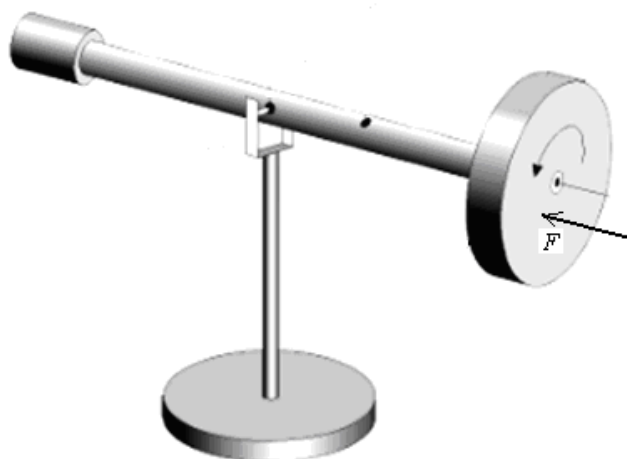


Рис. 20

тела при их последующем одновременном поступательном и вращательном движении. Необходимо особо выделить явление пространственной анизотропии при проявлении динамической массы вращающихся тел (наглядно показано на рис.22.).

Очевидной причиной нарушения закона сохранения импульса в макросистемах, внутри которых происходит одновременное вращение и поступательное движение тел, является разное проявление динамической массы тел при их взаимодействиях, а также уменьшение проявления инертной массы  $m$ , с одновременным увеличением проявления динамической массы  $\Delta m$ . Законы

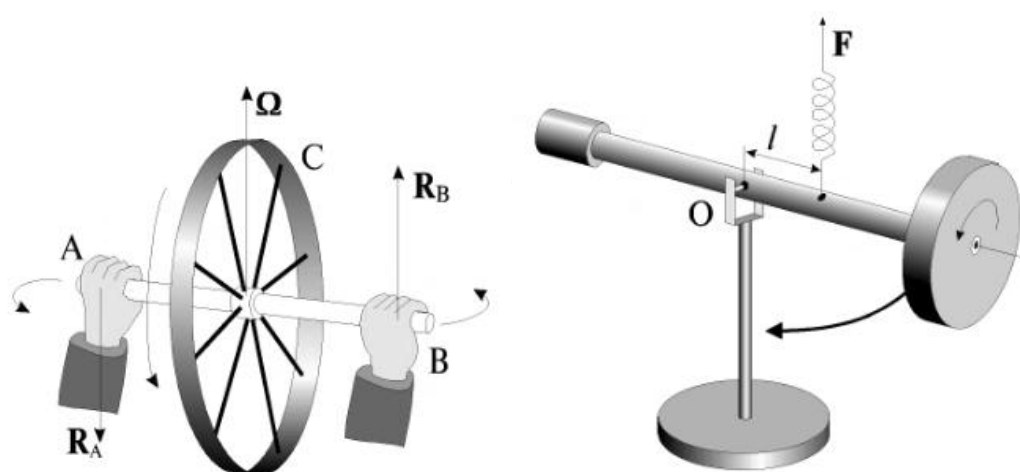


Рис. 21

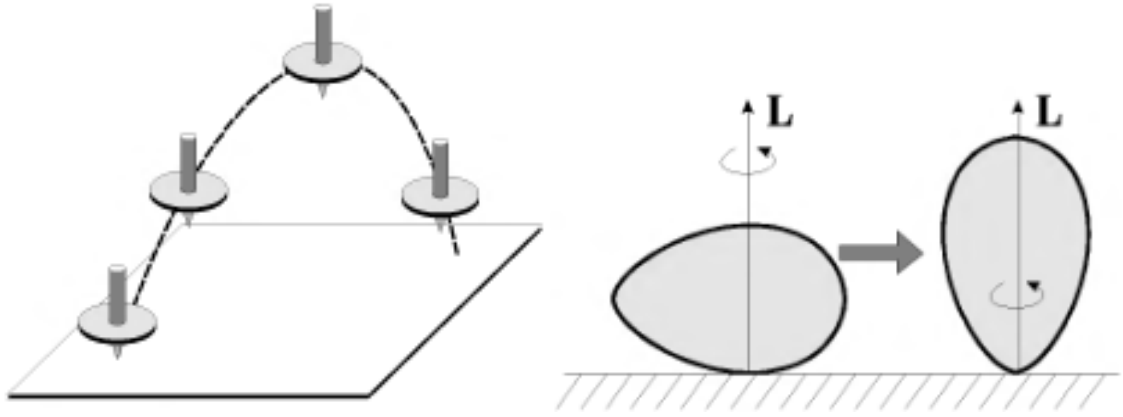


Рис. 22

сохранения импульса и моментов импульса при таком взаимодействии не выполняется:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 \neq m_1 + \Delta m_1 v_1 + m_2 + \Delta m_2 v_2. \quad (70)$$

Рассмотрим пример со сплошным и полым цилиндрами. Которые имеют равные массы (вес)  $m_{пол} = m_{спл} = m$ . Приложим к ним равные силы за одинаковый промежуток времени по линии действия, не проходящей через центр масс (инерции), т.е. произведем равное изменение импульса внешними силами (согласно классическим представлениям  $F\Delta t = p_{\Pi}$ ). Тогда согласно уравнению (27) имеем для линейных скоростей (при  $l = R$ ):

$$v_C^{пол} = v_{\Pi} \frac{I_C^{пол}}{I_C^{пол} + ml^2} = \frac{1}{2} v_{\Pi} \quad (71)$$

$$v_C^{спл} = v_{\Pi} \frac{I_C^{спл}}{I_C^{спл} + ml^2} = \frac{2}{3} v_{\Pi}. \quad (72)$$

Следовательно, в результате действия равных сил за одинаковое время  $\Delta t$  цилиндры получили не равные импульсы  $p_C^{пол} \neq p_C^{спл}$ , где:

$$p_C^{пол} = p_{\Pi} \frac{I_C^{пол}}{I_C^{пол} + ml^2} = \frac{1}{2} m v_{\Pi} \quad (73)$$

$$p_C^{спл} = p_{\Pi} \frac{I_C^{спл}}{I_C^{спл} + ml^2} = \frac{2}{3} m v_{\Pi}. \quad (74)$$

Мы получили результаты сходные с теми что, представлены в главе 5 работы [1], имея иные исходные позиции.

Изменение условий взаимодействия одного и того же тела приводит к нарушению известных свойств массы, как величины аддитивной и скалярной. Выше было показано что, под действием силы с плечом  $l$  (линия действия силы не

проходит через центр масс тела) его линейное ускорение является функцией  $a_c = f(l, I_c)$  от величины плеча силы  $l$  и пространственного распределения массы в теле относительно его центра масс (инерции). Следовательно, при измерении инертной массы тела (в классическом понимании) динамическим способом, прикладывая одну и ту же силу  $F$  к разным точкам тела, мы будем получать различные (не равные между собой) значения линейного ускорения (см. рис. 3.) и отношение  $\frac{F}{a_c}$  (масса) будет изменяться, как показано на Рис. 17. Это явное нарушение аддитивности инертной массы по отношению к массе того же тела измеренного взвешиванием, где силы действуют центрально.

Инертная масса тела так же не всегда является скаляром, как это утверждается в классической механике. На Рис. 22 наглядно показано нарушение этого свойства, с чем мы часто встречаемся в жизни. Все тела, подверженные угловому ускорению, проявляют динамическую массу, которая имеет пространственную анизотропию и свойства вектора (а не скаляра).

Видоизмененный второй закон механики (уравнения (19) и (22)), а также уравнения движения для тел при их качении (40) содержат экспериментально проверяемые выше перечисленные утверждения (автором было проделано множество различных опытов подтверждающих эти результаты).

Изменения, внесенные во второй закон механики (уравнения (19) и (22)) позволяют найти новые эффекты при взаимодействиях тел. Так, под действием равных по величине сил упругости пружины  $F = F_{упр}$  (рис. 23.),

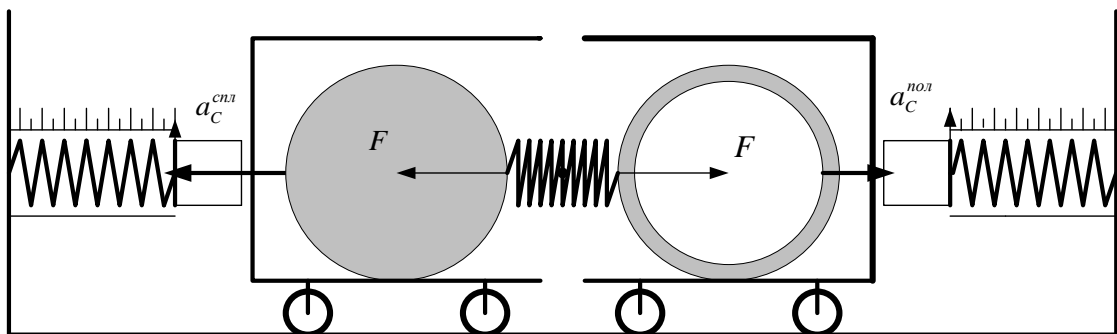


Рис. 23.

Полый и сплошной цилиндры, равные по массе (по весу) и помещенные внутрь жестких одинаковых коробок, которые установлены на идентичных роликах, приобретают разные (не равные) по величине линейные ускорения  $a_c^{спл} > a_c^{пол}$  и

соответственно силы их действия  $F^{cнл} > F^{пол}$ , которые передаются коробкам, и последние давят на пружинные динамометры. Динамометры фиксируют не равные силы действия со стороны коробок. Таким образом, действие равных сил  $F$  на коробки посредством цилиндров имеющих равные массы (вес) приводит к не равным силам действия  $F^{cнл} > F^{пол}$  и противодействия со стороны динамометров. Как видим, при опосредованном действии равными силами, возможно, получить не равные противодействия. Пружины динамометров сжатые на не равные расстояния  $\Delta x^{cнл} > \Delta x^{пол}$ , соответственно при разжимании будут толкать коробки с разными (не равными) силами ( $F_{упр}^{cнл} > F_{упр}^{пол}$ ), что приведет к не равным противодействиям с их стороны.

### 5. Заключение.

Возможно уточнение закона сохранения количества движения, сформулированное в работе [2], поможет понять какова область его применения. Изложенный в дополнении к книге [2] закон сохранения количества движения имеет следующую формулировку: «Центр масс взаимодействующих тел сохраняет состояние движения или покоя только при условии полного преобразования кинетической энергии относительно центра масс этих тел в иной вид энергии». Далее там же: «Закон сохранения количества движения имеет место при условии полного преобразования кинетических энергий взаимодействующих тел относительно их центра масс в иной вид энергии. Неизменность состояния движения центра масс взаимодействующих тел связана с простым, но до сих пор не сформулированным условием: кинетические энергии взаимодействующих тел относительно их центра масс должны полностью преобразоваться в другой вид энергии». Если, в нашем случае, рассматривать энергию вращательного движения тел как отличную от энергии поступательного движения, то преобразование кинетической поступательной энергии во вращательную происходит не полностью (см. Рис. 6.). Движение тел после взаимодействия остается поступательным с одновременным вращением тела. Только в случае действия пары равных сил на тело получается полное преобразование поступательного движения во вращательное. Таким образом, по мнению автора работы [2] в нашем случае «закон сохранения количества движения имеет указанное выше строгое ограничение».

В книге Г.И. Шипова [3] приведен расчет взаимодействия двух шарообразных тел при косом упругом ударе, между которыми происходит обмен

линейными и угловыми импульсами. При этом автор выводит законы сохранения импульса и моментов импульса с учетом угловых и линейных скоростей тел при столкновении и рассматривает два закона сохранения импульса – линейного и вращательного. Далее в [3] утверждается, что закон сохранения вращательного импульса выполняется только, если удар тел является центральным. В случае, если удар – косою и упругий, то происходит торсионное взаимодействие, приводящее к распределению собственных угловых и орбитальных импульсов и закон сохранения линейного импульса не выполняется и является ограниченным. Г.И. Шипов делает вывод: за счет обмена между поступательными и вращательными импульсами можно изменить импульс центра масс изолированной механической системы. (Выше приведена терминология из оригинала [3]).

С нашей точки зрения необязательно привлекать торсионные взаимодействия тел, если возможно объяснить явления механического взаимодействия вращающихся тел проявлением динамического характера инерции тел (проявлением динамической массы тел при их ускоренном вращении).

Много интересного и нового изложено в книгах Пехотина И.Е. [4,5], которые издавались, начиная с 1994 года небольшими тиражами. Пехотин И.Е. провел ряд экспериментов, очевидно доказавших несостоятельность закона сохранения импульса, и вывел закон Ньютона-Эйлера (название автора), который, по мнению автора, связывает изменение скорости поступательного и вращательного движения тела под действием силы, линия действия которой не проходит через центр масс тела:

$$Fdt = \frac{Idv}{r^2 + h^2} = m_{np} dv, \quad (75)$$

где  $h$  – плечо силы,  $r$  – радиус инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс тела.

К сожалению, автор приводит не верный расчет для объяснения своих опытов. Для линейного ускорения тела  $a_c$  рассчитанного из (75) получается, например, для полого и сплошного цилиндров:

$$a_c^{пол} = 2\frac{F}{m} = 2a_{II} \text{ и } a_c^{спл} = 3\frac{F}{m} = 3a_{II}. \quad (76)$$

В тоже время опыты, проведенные Пехотиным, и все его рассуждения в [4,5] свидетельствуют об обратном: импульс тела, полученный под действием силы, линия действия которой не проходит через центр масс тела, меньше импульса  $a_{II}$ ,

полученного под действием силы, линия действия которой проходит через центр масс тела. Это не уменьшает заслуги Пехотина И.Е.. Его публикации во многом явились отправной точкой для данной работы.

Сформулированный Р.Декартом закон сохранения количества движения основан на измерениях только для поступательного движения материальных тел при их взаимодействиях, когда кинетическая энергия поступательного движения одних тел полностью преобразуется в кинетическую энергию поступательного движения других. Это справедливо для очень ограниченной области механического взаимодействия тел. Как показано выше, аппарат теоретической механики давно позволяет учитывать при взаимодействии тел изменение скоростей их вращательного движения и распределение кинетической энергии поступательного и вращательного движения. В реальных взаимодействиях тел, поступательное движение это очень частный случай. Эксперименты, проведенные автором и расчеты взаимодействия тел (с учетом поступательных и вращательных компонент) свидетельствуют о том, что:

- закон сохранения импульса в реальности применим только при определенных условиях взаимодействия тел, вне этих условий он не имеет места;
- мерой инертности физического тела является как инертная масса  $m$ , проявляющаяся при его линейном ускорении, так и динамическая масса тела  $\Delta m$ , проявляющаяся при его угловом ускорении; сумма этих масс количественно характеризует его общую инертность в отношении одновременного поступательного и вращательного действия силы;
- экспериментально можно осуществить взаимодействия тел, при которых не имеют места классические второй и третий законы механики;
- при взаимодействии тел, когда линии действия сил не проходят через их центры масс (инерции) и/или тела имеют разное пространственное распределение вещества (массы), относительно их центров масс, инертная и динамическая массы тел в совокупности не будут проявлять свойство аддитивности и проявляют пространственную анизотропию (являются векторами).

Автор надеется, что данная работа послужит для стимулирования дальнейших более детальных исследований в области динамики взаимодействия тел, которые еще принесут немало сюрпризов.

## 6. Дополнение 1.

Как известно из курса теоретической механики работа внешней силы над свободным телом в общем случае выражается следующим образом:

$$A = A_{\text{пост}} + A_{\text{вращ}} = F \cdot \Delta x_C + F \cdot l \cdot \varphi, \quad (1д)$$

где  $A_{\text{пост}}$  – работа силы  $F$  затраченная на поступательное перемещению тела на расстояние  $\Delta x_C$ ;  $A_{\text{вращ}}$  – работа силы  $F$  затраченная на поворот тела на угол  $\varphi$ ;  $\varphi$  – угол поворота тела;  $\Delta x_C$  – линейное смещение тела за время действия силы  $F$ ;  $l$  – плечо силы  $F$ , линия действия которого не проходит через центр масс (инерции) тела.

Положим, что та же сила  $F$  действует на это же тело через его центр масс (инерции). Тогда над телом совершается работа:

$$A = F \cdot \Delta x_{II}. \quad (2д)$$

Уравнение (1д) можно записать как:

$$F \cdot \Delta x_{II} = F \cdot \Delta x_C + F \cdot l \cdot \varphi \quad (3д)$$

и продифференцировав его по времени, получаем уравнение мощностей:

$$F \cdot v_{II} = F \cdot v_C + F \cdot l \cdot \omega, \quad (4д)$$

где  $v_{II}$  – скорость поступательного движения тела, приобретенная в результате действия силы  $F$  через его центр масс (инерции);  $v_C$  – скорость центра масс тела, полученная в результате действия силы  $F$ , линия действия которой не проходит через его центр масс (инерции);  $\omega$  – угловая скорость тела, полученная в результате действия силы  $F$ , линия действия которой не проходит через его центр масс (инерции).

Делим левую и правую части уравнения (4д) на  $F$  и получаем:

$$v_{II} = v_C + l \cdot \omega \quad (5д)$$

и продифференцировав это уравнение по времени, получаем выражение (8):

$$a_{II} = a_C + l \cdot \varepsilon. \quad (8^*)$$

Перемножив, левую и правую части этого выражения на  $m$ , мы получим уравнение (10):

$$m a_{II} = m a_C + m \cdot l \cdot \varepsilon \quad \text{или} \quad F = F_C + m \cdot l \cdot \varepsilon. \quad (10^*)$$

Из выражения для мощностей (4д) можно так же получить уравнение импульсов.

Для этого вместо силы  $F$  подставим ее значение  $a_{\Pi}m$  в (4д) и получим:

$$a_{\Pi}mv_{\Pi} = a_{\Pi}mv_C + a_{\Pi}m \cdot l \cdot \omega \quad (6д)$$

и далее сократим это выражение на  $a_{\Pi}$  и получим уравнение импульсов:

$$mv_{\Pi} = mv_C + m \cdot l \cdot \omega = mv_C + mv_l. \quad (7д)$$

Как видим импульс  $mv_{\Pi}$  тела, который придается силой  $F$ , с линией действия проходящей через его центр масс, явно не равен импульсу  $mv_C$  (на величину  $m \cdot l \cdot \omega$ ) того же тела, на который подействовала та же сила  $F$ , но с линией действия не проходящей через его центр масс (плечо силы равно  $l$ ). Таким образом имеем:  $p_{\Pi} = mv_{\Pi} \neq p_C = mv_C$ .

#### Список литературы

1. Иванов М.Г., Антигравитационные двигатели «летающих тарелок»: Теория гравитации, М., Ленард, 2006.
2. Сазонов А.Ф., Физика без парадоксов, «Феникс», Дубна, 2002.
3. Шипов Г.И., Теория физического вакуума, М., Наука, 1997.
4. Пехотин И.Е. 5-й закон динамики, М., Компания Спутник+, 2005.
5. Пехотин И.Е., Басни и законы динамики, М. «Информ-Знание», 1998.