Федеральное агентство по образованию РФ
Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

Д.Е. Бурланков

ПРОСТРАНСТВО, ВРЕМЯ, КОСМОС, КВАНТЫ

Нижний Новгород
Издательство Нижегородского университета
2007

УДК 530.12; 531.51
ББК Б315.3
Б-90

Рецензент
С.Ю. Губанов — кандидат физ.-мат. наук

Д.Е. Бурланков.
ПРОСТРАНСТВО, ВРЕМЯ, КОСМОС, КВАНТЫ.
Н. Новгород: Издательство ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2007. – 143 с.
ISBN 978-5-85746-960-6

Трехмерное *пространство*, в котором мы живем, является объективным носителем геометрических соотношений и представляет из себя динамическое *поле*, обладающее нетривиальным выражением для плотности энергии. Рассмотрена история воззрений на пространство и время. Записаны уравнения динамики пространства, плотность энергии. Найденные решения этих уравнений в космических масштабах приводят к эффектам вращения галактик без необходимости введения “темной материи”, а модель космологического расширения не требует “темной энергии”. Решения Общей теории относительности являются подмножеством решений найденных уравнений с плотностью энергии всюду равной нулю, поэтому все эксперименты по проверке Общей теории относительности подтверждают и развиваемую в книге Теорию глобального времени. Вследствие нетривиальности гамильтониана квантовая динамика пространства строится на основе уравнения Шредингера. Описана динамика космологических волновых пакетов.

Для студентов вузов, научных работников, философов, преподавателей физики и школьников старших классов.

ISBN 978-5-85746-960-6 ББК Б315.3

Оглавление

Глава 1

Пространство и время

1.1. Введение

Эта книга имеет своей целью показать читателю, что *пространство*, в котором мы живем, – обычное трехмерное пространство, – является физическим объектом, определяется некоторым набором параметров, изменение которых с течением *времени* описывется динамическими уравнениями. Оно обладает плотностью энергии, в значительной степени определяющей динамику космических систем и Мира в целом.

Теория пространства и времени XX века — Общая теория относительности, — исходя из формальных математических принципов, увела рассмотрение вопроса от физической реальности и завела проблемы, связанные с пространством и временем как в космической динамике, так и в квантовой теории гравитации, в тупик. Мы попытаемся вернуть обсуждение проблемы на уровень физики, более внимательно изучив "физический объект" — пространство, трехмерное пространство.

Люди долго не понимали, что их окружает воздух: ведь он невидим. Однако наличие воздуха можно выявить простым экспериментом – помахать веером. Но большая часть Мира состоит из безвоздушного пространства. Пространства... Что это такое?

Мы и окружающие нас предметы находимся в пространстве, пространство находится внутри нас, или, точнее, – и наши внутренности и внутренности окружающих нас предметов также находятся в пространстве. Вся наша жизнь с течением *времени* протекает в *пространстве.*

Однако понять, что же это такое – пространство – не так-то просто, потому что само по себе оно вроде бы не обладает никакими свойствами. За исключением одного – протяженности. Основное, что определяет пространство, это размеры, расстояния.

1.2. Евклидова геометрия

В пространстве действует евклидова геометрия.

Я беру пластмассовый школьный прямоугольный треугольник. Замеряю линейкой длины его катетов: $c_1 = 15$ и $c_2 = 20$ сантиметров. Какова длина гипотенузы g? Я вычисляю по *теореме Пифагора*

$$g^2 = c_1^2 + c_2^2 = 225 + 400 = 625; \quad g = 25\ . \tag{1.1}$$

Замеряю гипотенузу: 25 сантиметров! Как и было рассчитано. Соотношения длин в треугольнике подчиняются теореме Пифагора — одной из главных теорем *геометрии Евклида.* Треугольник лежит на плоском столе, на котором длины отрезков прямых и углы между этими отрезками подчиняются геометрии Евклида.

Я поднимаю треугольник со стола и опять замеряю расстояние между теми точками, которые раньше соединяла гипотенуза. Ну конечно, результат тот же — 25 сантиметров. Что же сейчас обеспечивает выполнение теоремы Пифагора? Воздух, в котором находится треугольник?

Так как наши предыдущие эксперименты были *мысленные*, то и далее мы не затруднимся с замерами в резервуаре, из которого откачивается воздух. И вряд ли кто будет сомневаться, что хотя вакуум будет расти, длина между вершинами меняться не будет, сохраняя зависимость, определяемую евклидовой геометрией. Что же является носителем геометрии Евклида в вакууме?

Пространство. Все тела располагаются и перемещаются в пространстве. Пространство является трехмерным многообразием точек, которые можно соединять отрезками прямых, между которыми можно определять углы, и все эти элементы пространства *подчиняются евклидовой геометрии.*

Качественные понятия евклидовой геометрии люди использовали с древнейших времен: прямая линия, угол, прямой угол, плоскость. Потребности землеустройства привели к количественным наблюдениям. Например, так называемый “египетский треугольник” со сторонами 3, 4, 5 с древности использовался для построения прямого угла.

Естественно-научное представление о пространстве возникает еще в древней Греции. Крупный первичный вклад в развитие геометрии сделал Пифагор Самосский, уже упоминавшейся в связи с его знаменитой теоремой. Пифагору первому приписывается введение в математику *доказательств.* О Пифагоре известно очень мало достоверного, даже годы его жизни известны очень приблизительно, а факты его жизни перекрыты множеством легенд. Время его жизни известно очень приблизительно: одни исследователи датируют его жизнь 570 - 496 годами до нашей эры, другие 596-500 гг до н.э. Эти разбросы говорят, в основном, о том, что о жизни Пифагора мы знаем по большей части не факты, а легенды (начало которым кладут все-таки некоторые факты).

Одна из легенд гласит о том, что когда он был совсем молодым, он очень увлекался музыкой, которая в Древней Греции полагалась божественным даром. Юношей, в возрасте около 17-и лет, обучаясь игре на каком-то струнном музыкальном инструменте, он услышал поучение опытного музыканта о том, что для повышения высоты звука на октаву нужно пережать струну где-то посередине. Пифагор взял и замерил – точно посередине!

Его охватило волнение. А доминанта (в нашей терминологии)? Замерил: две третьих! Субдоминанта: три четверти! Гармония определяется отношениями целых чисел! Музыка божественна: боги управляют миром через числа! “Все из числа!” – это основной тезис философии Пифагора. Именно после этого музыкального открытия Пифагор начал все измерять и, в частности, домерился до своей теоремы.

Наиболее поучительным в этой легенде является то, что матеммаатические соотношения между длиной струны и гармоническими звуками были открыты задолго до того, как была понята физическая природа звука, записаны уравнения динамики колеблющейся струны и найдены их решения (Д. Бернулли, Л. Эйлер, Ж. Д’Аламбер, XVIII век). Найденные Пифагором соотношения имеют под собой *динамического материального носителя* в виде колеблющейся струны. Путь от *феноменологических*, чисто математических соотношений до их выражения через динамику материального носителя занял более 2000 лет.

Впоследствии и метод доказательств Пифагора, и его теорема легли в основу геометрии Евклида (∼325 – ∼ 265 до н.э.).

Возникновение евклидовой геометрии приводит к представлению о том, что евклидовы свойства пространства являются его неотъемлемыми атрибутами. Исключительное совершенство и изящество евклидовой геометрии создают впечатление, что для евклидовости пространства не нужно какое-либо материальное обеспечение. Совершенство евклидовой геометрии является гарантией ее реальности.

1.3. Торричеллиева пустота

Знаменитый опыт Эванжелиста Торричелли (1608-1647), поставленный в 1643 году, заставил многих вдумчивых исследователей снова вернуться к проблеме объективности, реальности пространства.

В запаянной с одного конца стеклянной трубке длиной около метра, заполненной ртутью, после ее опускания в сосуд со ртутью, ртуть опускалась до уровня около 75 см, но что оставалось над ней? Пустота. Ничто, или некоторая реальность?

Рене Декарт (1596–1650), являющийся наряду с Галилеем, Ньютоном одним из основоположников науки нового времени, считал разработку понятия пространства одним из основных вопросов науки. По Декарту, *Мир* — это материальный континуум, протяженная материя, или материальное пространство.

Он тщательно обдумывает концепцию пространства, приходит к убеждению в *реальности* этого понятия [1]. Размышляя над результатами опыта Торричелли, он пишет: "...нельзя думать, будто в пространстве, в котором ничего не воздействует на наши органы чувств, действительно ничего нет."

Он приводит более конкретные размышления по этому вопросу:

> "Поэтому, если спросят: что случится, когда бог устранит тело, содержащееся в данном сосуде, и не допустит никакое другое тело проникнуть на покинутое место, то на такой вопрос должно ответить: в таком случае стороны сосуда сомкнутся. Ведь когда между телами ничего не пролегает, чтобы тела были отделены друг от друга, т.е. между ними как бы имелось расстояние и, в то же время это расстояние было бы *ничто* ..."

Опыт Торричелли совершенно определенно говорит о том, что пространство над ртутью в трубке представляет из себя объективно наблюдаемую реальность.

1.4. Солнечная система

Дальнейшее понимание объективных свойств пространства пришло с небес. Из астрономии. В древности полагали звезды неподвижно расположенными на небесной сфере, вращающейся вокруг Земли. Однако пять наиболее ярких звездочек как-то блуждали по небесной сфере (планеты – блуждающие). Математическое описание движения планет начало разрабатываться еще в древней Греции и достигло своей вершины в трудах александрийского астронома Клавдия Птолемея (∼100-178).

Планеты движутся равномерно по кругам - эпициклам, центры которых в свою очередь движутся по другим кругам - деферентам, в общем центре которых находится неподвижная Земля. Солнце и Луна движутся вокруг Земли по деферентам без эпициклов.
Система Птолемея требовала высокой математической подготовки, но позволяла вычислять положения планет на будущее время с точностью, удовлетворявшей несовершенным наблюдениям невооруженным глазом.

Некоторые неправильности в видимых движениях планет, открытые позднейшими наблюдениями, объяснялись сложными эпициклами.

Загадочность эпициклов, скрытая за достаточно сложной по тем временам математикой, доступной лишь немногим избранным, убеждала в совершенстве Мира и создавшего его Творца. Однако Николай Коперник (1470-1543), изучая математическую конструкцию эпициклов, нашел более простое и наглядное их представление:

Если положить, что Земля вращается вокруг неподвижного Солнца по круговой орбите, как и все другие планеты, то наблюдаемая разность положений планет относительно Земли как раз описывается птолемеевыми эпициклами. Наиболее важным в представлении Коперника оказалось единое (евклидово) *пространство Солнечной системы* вместо множества сфер движения планет, Солнца, Луны древней астрономии.

Дальнейший прогресс связан с развитием точности измерения положений и движений планет. Наибольший вклад в развитие инструментальной астрономии принадлежит датскому астроному Тихо Браге (1546-1601).

В 1572 он наблюдал вспышку новой звезды в созвездии Кассиопеи. Умело ее истолковав, получил финансирование на постройку обсерватории Ураниборг на острове Вен в проливе Эресунн, близ Копенгагена. Имея хорошее финансирование, снабдил обсерваторию превосходными инструментами, изготовленными под его руководством. Здесь с 1576 до 1597 года Браге наблюдал звёзды, планеты и кометы, производя определения положений светил с высокой точностью.

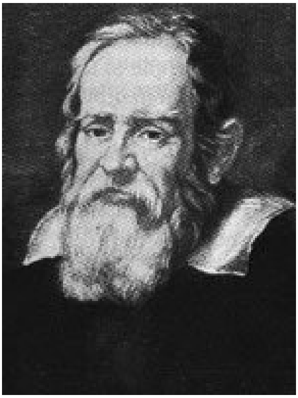
В 1597 в связи с прекращением финансирования Браге был вынужден покинуть Данию и после двух лет, проведенных в Германии, переехал в Прагу. Здесь к нему поступил в помощники И. Кеплер, у которого после смерти Браге остались ценнейшие данные многолетних наблюдений.

Сочетание обилия точнейших наблюдений Браге с мощным математическим гением Иоганна Кеплера (1571-1630) привели к установлению важнеших законов движения планет:

1. Каждая планета Солнечной системы обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.
2. Каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причём площадь сектора орбиты, описанная радиусом-вектором планеты, изменяется пропорционально времени.
3. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей орбит планет.

Однако механизм выполнения этих законов оставался совершенно непонятым. Кеплер, например, полагал, что Солнце своими лучами движет планеты по их орбитам.

1.5. Динамика на Земле: Галилей и Гюйгенс



В эти же годы Галилео Галилей (1564-1642) заложил основы динамики тел на Земле. В возрасте 19 лет он открыл закон постоянного периода колебаний маятника. К 1589 году относятся опыты, которые он ставил, бросая тяжелые ядра и более легкие пули с наклонной Пизанской башни, чтобы проверить, падают ли тяжелые тела быстрее, чем легкие. С помощью не очень точных измерений, но очень глубоких рассуждений пришел к выводу, что в поле тяжести скорость падения тела не зависит от его массы.

Действительно, если более тяжелое тело приобретает бóльшую скорость, чем легкое, то после склейки его с легким, летящим более медленно, его скорость должна уменьшиться. Однако склейка тяжелого тела с легким создает еще более тяжелое тело, которое должно падать быстрее, чем одно тяжелое. Парадокс разрешается только положением о независимости скорости падения тела от его массы.

Чтобы изучать равноускоренное движение в замедлении, он ставил эксперименты над движением тела по наклонной плоскости и тела, брошенного под углом к горизонту, открыл Закон сложения движений.

В 1609 Галилей построил свою первую подзорную трубу. В ночь на 7 января 1610 года он направляет телескоп на небо. Он увидел там лунный пейзаж, горные цепи и вершины. Галилей открыл четыре спутника Юпитера, во вращении которых он увидел реализацию модели Солнечной системы Коперника.

Христиан Гюйгенс (1629–1695), изучая вращательное движение, показал, что при равномерном вращении по окружности сила направлена к центру, и вывел формулу центростремительного ускорения, величина которого пропорциональна квадрату скорости и обратно пропорциональна радиусу окружности:

$$w = \frac{v^2}{R}. \tag{1.2}$$

Работы Галилея и Гюйгенса, заложившие основы в понимании законов движения земных объектов, а также астрономические законы, открытые Кеплером, подвели к возможности создания общей системы динамики, построенной Исааком Ньютоном.

1.6. Единство земной и небесной механики. Ньютон

Базис, созданный работами Галилея, Гюйгенса и других ученых дал возможность Исааку Ньютону (1643–1727) взяться за проблему общего криволинейного движения. Для решения этой проблемы Ньютон разработал диффернециальное и интегральное исчисления. Но с точки зрения физики нужно было дать тем количествам, для которых записывались уравнения, строгое физическое толкование.

Скорость является первой производной по времени, а ускорение — второй производной от *перемещения*. Что такое перемещение? Перемещение в *пространстве*. Не относительно каких-то других тел, а именно в пространстве, потому что ускорение определяется для каждого тела в отдельности, хотя причина ускорения – сила – зависит и от расположения других тел. Решая самую главную задачу о движении планеты в поле тяготения Солнца, Ньютон описывает движение планеты в евклидовом пространстве, а не только изменение расстояния от Солнца до планеты.

Как и Декарт, он понимает *объективность* времени и пространства, разделяет их свойства *самих по себе*, объективные свойства, от их проявлений в эксперименте и обыденной жизни:

> “*Время, пространство, место и движение* представляют понятия общеизвестные. Однако необходимо заметить, что эти понятия обыкновенно относятся к тому, что постигается нашими чувствами. Отсюда происходят некоторые неправильные суждения, для устранения которых необходимо вышеприведенные понятия разделить на абсолютные и относительные, истинные и кажущиеся, математические и обыденные.”

Ньютонова механика построена на понятиях перемещения в пространстве, скорости относительно пространства, ускорения. Если при растяжении пружины возникает сила ее реакции, она пропорциональна растяжению пружины *в пространстве*, в объективном пространстве, не связанном с какими-то измерениями или другими телами.

В “Математических началах натуральной философии”, вышедших в свет в 1687 году [2], Ньютон ставит задачу постижения устройства Мира, не только в виде явно наблюдаемых явлений, но и его фундамента, проявляющегося в наблюдаемых явлениях лишь косвенно.

В Третьей книге Начал он формулирует “Правила умозаключений в физике”:

Правило 1. *Не должно принимать в природе иных причин сверх тех, которые истинны и достаточны для объяснения явлений.*

Правило 2. *Поэтому, поскольку возможно, должно приписывать те же причины того же рода проявлениям природы.*

Правило 3. *Такие свойства тел, которые не могут быть ни усиляемы, ни ослабляемы и которые оказываются присущи всем телам, над которыми возможно проводить испытания, должны быть почитаемы за свойства всех тел вообще.*

Правило 4. *В опытной физике предложения, выведенные из совершающихся явлений помощию наведения, несмотря на возможность противных им предположений, должны быть почитаемы за верные или в точности, или приближенно, пока не об-*

наружатся такие явления, которыми они еще более уточняются или же окажутся подверженными исключениям.

В **Правиле 4** говорится не о свойствах, замеряемых на опыте, а о “предложениях, выведенных из опытов с помощью наведения”, теоретических абстракциях. Именно таковыми оказались у Ньютона положения об абсолютном пространстве и абсолютном времени. При этом он допускает возможность дальнейшего уточнения этих понятий.

Поучение I. *Абсолютное, истинное, математическое время* само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему, протекает равномерно и иначе называется длительностью...

Поучение II. *Абсолютное пространство* по самой своей сущности безотносительно к чему бы то ни было внешнему остается всегда одинаковым и неподвижным...

Поучение III. *Место* есть часть пространства, занимаемая телом, и по отношению к пространству бывает или абсолютным, или относительным....

Поучение IV. *Абсолютное движение* есть перемещение тела из одного абсолютного его места в другое, *относительное* — из относительного в относительное же. Так на корабле, идущем под парусами, относительное место тела есть та часть корабля, в котором тело находится, напр., та часть трюма, которая заполнена телом и которая, следовательно, движется вместе с кораблем. Относительный покой есть пребывание тела в той же самой области корабля или в той же самой части его трюма.

Истинный покой есть пребывание тела в той же самой части того неподвижного пространства, в котором движется корабль со всем в нем находящимся. ...

Ньютон подчеркивает, что пространственные отношения, время — это не только и не столько замеряемые величины. Это объективные атрибуты Мира, которые мы как-то пытаемся понять через их проявления, через их относительные проявления.

Ускорение, определяемое вторым законом Ньютона, есть вторая производная от перемещения в пространстве по абсолютному времени, а не по некоей, замеряемой в каком-то опыте, величине. По Ньютону, это закон природы, не зависящий от наблюдателя.

1.7. Катастрофа инерциальных систем

Однако развитие механики Ньютона привело к возникновению нового курьеза в понимании (или непонимании) пространства: оказалось, что любая из множества систем (*инерциальных систем*), движущихся относительно абсолютного пространства равномерно и прямолинейно, (и равномерно, и прямолинейно друг относительно друга) в равной степени может претендовать на роль *абсолютного*, абсолютно покоящегося пространства: никакими локальными механическими экспериментами разыскать среди множества инерциальных пространств абсолютно покоящееся не удается.

Это привело к возникновению *релятивизма*, который можно сформулировать так: раз мы не можем определить экспериментально абсолютное пространство, значит, такового нет вообще. Равноправие инерциальных систем дало мощный инструмент для решения задач механики, использованный еще Гюйгенсом при исследовании законов столкновения.

Ньютон вывел равноправие всех инерциальных систем относительно законов механики, исходя из понятий “абсолютное пространство” и “абсолютное время”. Это значит, что никакими механическими экспериментами абсолютную систему нельзя распознать среди бесконечного множества других инерциальных систем. Доказывает ли это отсутствие абсолютного пространства?

Ситуация напоминает эпизод из восточной сказки “Али-Баба и 40 разбойников”. Чтобы отметить дом, где жил Али-Баба, разбойник Ахмед поставил на воротах этого дома крестик. Но бдительная рабыня Марджана, увидев крестик, поставила такие же крестики на всех соседних домах. Когда ночью разбойники пришли, чтобы убить Али-Бабу, они увидели инвариантность домов по отношению к крестикам и не смогли совершить черное дело. Но значит ли это, что все дома были инвариантны и по отношению к Али-Бабе?

1.8. Позитивизм

В 1865 году Густав Кирхгоф вывел понятие *энтропии* — функции состояния газа, которая при различных термодинамических процессах в замкнутой системе может лишь возрастать или оставаться неизменной. Лучшие умы начали поиски физического смысла этой “тени энергии”.

В это время молодой австрийский физик Эрнст Мах (1838–1916)

начал экспериментально и теоретически разрабатывать физическую картину течения сжимаемых жидкостей (газов) со скоростями, сравнимыми со скоростью звука в данной среде. При быстротекущих процессах теплопередача между различными частями газа пренебрежимо мала и процесс оказывается *изоэнтропным* — потоки тепла отсутствуют, как это было показано Кирхгофом. Вместо того, чтобы искать смысл энтропии, Мах учел основное свойство изоэнтропных процессов — отсутствие теплопередачи — и успешно построил теорию околозвуковых и сверхзвуковых течений.

Ему понадобился не физический смысл энтропии, а влияние сохранения или изменения этой величины на физические процессы. Из этого своего успеха Мах сделал вывод, положивший основу новому философскому подходу — *позитивизму*: важен не некоторый абстрактный *физический смысл* физических величин, а их влияние на проявляющиеся в эксперименте явления. Реально существуют лишь те физические атрибуты, которые могут быть замерены в некотором реальном или хотя бы воображаемом эксперименте.

Во второй половине XIX века интенсивно развивалась лабораторная экспериментальная физика, открывались и изучались все новые и новые физические явления: электромагнетизм, тепловое излучение тел, радиоактивность, каналовые лучи, рентгеновские лучи, оптические спектры... В этих экспериментах совершенно неважно было не только некоторое “абсолютное движение”, но даже вращение Земли вокруг Солнца со скоростью 30 км/с было совершенно несущественно. Исследователю проще всего было сказать: вот моя лаборатория — это абсолютная инерциальная система, — и эксперименты вполне согласовывались с таким постулатом.

Рассуждения об абсолютном пространстве Ньютона, выделение его из множества инерциальных систем только мешали ясному пониманию проводимых экспериментов.

Позитивизм противостоял громоздкому и примитивному “объяснению" этих явлений с точки зрения той части науки, которую человечество к тому времени освоило — механики, прежде всего.

Для подавляющего большинства экспериментаторов (исключая Майкельсона) достаточно, чтобы пространственной базой его эксперимента была *его* лаборатория — ее пол, стены, потолок, установка, смонтированная на столе. Но на противоположной стороне Земного шара такая же лаборатория из-за вращения Земли вокруг своей оси движется в противоположную сторону. Неважно: *инерциальных систем — бесконечное множество.* Не волнуйтесь, занимайтесь своим делом. Все величины, связь между которыми мы определяем, мы можем замерить. Пусть философы болтают об абсолютном и относительном, а мы — работаем.

Именно такой, *позитивистский*, подход оказался полезным для бурного прогресса физики в конце XIX— начале XX веков и был поддержан, воспринят большинством физиков.

Наиболее четко позитивистский подход исповедовал Шерлок Холмс. Вот свидетельство доктора Ватсона:

> "Но когда оказалось, что он ровно ничего не знает ни о теории Коперника, ни о строении солнечной системы, я просто опешил от изумления. Чтобы цивилизованный человек, живущий в девятнадцатом веке, не знал, что Земля вертится вокруг Солнца, — этому я просто не мог поверить.
>
> — Вы, кажется, удивлены, — улыбнулся он, глядя на мое растерянное лицо.
>
> — Спасибо, что вы меня просветили, но теперь я постараюсь как можно скорее все это забыть.
>
> ...
>
> — Да, но не знать о солнечной системе! — воскликнул я.
>
> — На кой черт она мне? — перебил он нетерпеливо. — Ну хорошо, пусть, как вы говорите, мы вращаемся вокруг Солнца. А если бы я узнал, что мы вращаемся вокруг Луны, много бы это помогло мне или моей работе?"

Для успешной работы в гидродинамике — расчет подъемной силы и сопротивления подводного крыла, описание разлива рек и возникновения цунами — совершенно необязательно знать, что вода состоит из молекул. Для расчета траекторий космических аппаратов совершенно не нужно знание квантовой механики. Представление о более тонких свойствах пространства, например о его кривизне, и изменении ее со временем, совершенно не нужно не только в обыденной жизни, но и при выполнении большинства физических исследований (сверхпроводимость, микроэлектроника).

Эту простую истину Мах довел до *запрета* поиска более глубинных представлений о Мире. Шерлок Холмс не отрицал движения Земли вокруг Солнца. Он просто говорил о ненужности этого знания в *его* работе.

1.9. Натуральная философия и позитивизм

Мах выступил с программой, целью которой было избавить физику от накопленной столетиями "метафизической чепухи".

В черный список Маха попали и абсолютное время и абсолютное пространство: "Покажи *здесь*, как их увидеть или замерить, тогда я их признаю".

Основным его произведением, где проведен анализ значительного числа заблуждений в механике, накопившихся с древних времен, является "Механика" (1883) [3]. В издании 1904 г. он пишет:

> "Тот взгляд, что "абсолютное движение" — пустое бессодержательное и ненужное с научной точки зрения понятие, — взгляд, который двадцать лет назад вызывал у всех неприятное удивление, в настоящее время разделяется многими видными исследователями."

Положительным моментом позитивизма была критика стремления ученых *все объяснять* без какого-либо рационального выхода ("пускай деревья не качаются, тогда и ветра не будет"). Однако, как писал Ленин [4], "Мах вместе с грязной водой выплеснул и ребенка."

Комментируя Поучения Ньютона о пространстве и времени, Мах в растерянности: вроде бы Ньютон "разделяет его позицию" ("гипотез не строю"), а сам говорит о сущностях, не замеренных в эксперименте, а полученных "наведением":

> "Кажется, как будто в приведенных выше замечаниях Ньютон находится еще под влиянием средневековой философии, будто он *изменил* своему намерению исследовать только *фактическое*...

> Мы совершенно не в состоянии *измерять временем* изменение вещей. Напротив, время есть абстракция, к которой мы приходим через посредство изменения вещей, потому что у нас нет никакой *определенной* меры, ибо все они между собою связаны. Мы называем равномерным такое движение, в котором равные приращения пути соответствуют равным приращениям пути другого движения, выбранного для сравнения (вращение Земли). Движение может быть равномерным относительно другого движения. Вопрос, равномерно ли движение *само по себе*, не имеет никакого смысла. В такой же мере мы не можем говорить об "абсолютном времени" (независимо от всякого измерения). Это абсолютное время не может быть измерено никаким движением и поэтому не имеет никакого ни практического, ни научного значения, никто не вправе сказать, что он что-нибудь о таком времени знает, это праздное "метафизическое" понятие."

Сравним это рассуждение Маха с размышлениями Ньютона:

> "*Абсолютное время* различается в астрономии от обыденного солнечного времени уравнением времени. Ибо естественные солнечные сутки, принимаемые обычно за равные, на самом деле между собою не равны. Это неравенство и исправляется астрономами, чтобы при измерениях движений небесных светил применять более правильное время. Возможно, что не существует (в природе) такого равномерного движения, которым время могло бы измеряться с совершенной точностью. Все движения могут ускоряться или замедляться, течение же абсолютного времени изменяться не может..."

Маха беспокоит то, как *он* лично будет измерять параметры каких-то движений, судить о равномерности движения. Ньютона волнует, *каковы же уравнения движений планет*, к какому времени привязаны эти уравнения.

Логика Ньютона: Планеты движутся в соответствии с некоторыми законами, в которые входит время (2-й закон Ньютона). Эти законы не могут зависеть от того, наблюдает ли г-н Мах за планетами или нет. Вопрос о наблюдении движения планет является вторичным, суждение о равномерности движения в абсолютном времени требует тщательного анализа наблюдений.

Логика Маха: Первичным является то, что мы наблюдаем. Упорядочивание наших наблюдений упрощается, если ввести понятие “время”, однако это просто удобное “метафизическое” понятие.

Рассматривая движение *одной* планеты вокруг Солнца, Ньютон вывел, в частности, второй закон Кеплера о равномерном приращении площади, описываемой радиус-вектором, направленным от Солнца на планету (секториальной скорости). Это приращение равномерно само по себе, равномерно по времени самому по себе. Если орбита планеты не круговая, а эллиптическая, скорость ее движения (как и угловая скорость ее вращения) меняются, секториальная же скорость остается постоянной. Для того, чтобы это замерить, нужен какой-то удаленный наблюдатель (Тихо Браге и Иоганн Кеплер), другие тела (удаленные звезды), но равномерность секториальной скорости с ними никак не связана. Наблюдатели нужны лишь для *наблюдения* этой равномерности.

Однако критикующий Ньютона Мах не только философ, он еще и физик. А львиную долю физики составляют законы ньютоновой динамики для систем материальных точек, твердого тела, жидкости, газа, описывающие процессы в пространстве и времени. Что делать с громадным багажом науки в этих областях? Эту проблему Мах решает с изящной снисходительностью:

> “Принципов Ньютона достаточно, чтобы без привлечения какого-нибудь нового принципа рассмотреть каждый практически возможный случай механики, будь то из области статики или динамики. Если при этом возникают затруднения, то это всегда только затруднения математического (формального), но никогда не принципиального характера.”

Хотя философские основы ньютоновой механики отдают средневековьем, но пользоваться ей можно. Таким образом, дальнейший анализ механики ведется Махом именно на основе положений Ньютона. По возможности, в своей книге Мах избегает прямой записи второго закона Ньютона, содержащего производную по времени, рассматривая задачи, где можно воспользоваться законами сохранения (в которые, правда, входит скорость, но он не пишет ее как производную по времени перемещения в пространстве, полагая, видимо, что это просто измеряемая величина). Но там, где избежать производных или интегралов по времени не удается (например, при описании гамильтоновой динамики), он пишет эти интегралы и производные, не обсуждая, по какому движению, признанному им за равномерное, это время определяется. Он пользуется *абсолютным временем* Ньютона, а при описании перемещений — понятием пространства.

Осуждая учение Ньютона о пространстве и времени *де юре*, Мах ими же пользуется *де факто*. Это говорит о том, что инерциальная система с трехмерным евклидовым пространством и инвариантным по отношению к наблюдателю временем является объективным элементом конструкции Мира (в локальной области, как мы увидим далее).

В этой связи несложно понять, что такое "принцип Маха", определяющий все перемещения относительно неких бесконечно удаленных звезд (хотя система покоя их центра масс вряд ли может быть установлена какими-либо экспериментами). Геометрия этих перемещений евклидова, и "принцип Маха" просто оказывается другим (более глубокомысленным) названием абсолютного пространства Ньютона.

1.10. Беркли

Традиционно считается, что одним из главных (или по крайней мере — первых) критиков положений Ньютона об абсолютном пространстве является Джордж Беркли (1685 — 1753).

Однако, если Мах выступает в роли верховного судьи ("...Ньютон находится еще под влиянием средневековой философии..."), Беркли [7] пытается честно анализировать ситуацию с абсолютным пространством. Во-первых, он четко понимает сущность абсолютного пространства:

> "То, что постулируют как пространство безграничное, неподвижное, не воспринимаемое чувством, проникающее и содержащее все тела, называют абсолютным пространством. А пространство, постигаемое и определяемое через тела и поэтому являющееся объектом чувства, называется относительным, кажущимся, обыденным пространством."

И дальше рассуждает беспристрастно:

> “Итак, предположим, что все тела уничтожены. То, что остается, называют абсолютным пространством; при этом все отношения, следующие из расположения тел и расстояний между телами, исчезли вместе с телами. Кроме того, такое пространство является бесконечным, неподвижным, неделимым, не воспринимаемым чувствами, лишенным связей и различий. Другими словами, все его атрибуты отрицательны, или негативны. Таким образом, оказывается, что это есть просто ничто. Единственное несущественное затруднение состоит в том, что оно протяженно, а протяженность — положительное качество... Уберите из абсолютного пространства само название, и от него ничего не останется ни в чувстве, ни в воображении, ни в интеллекте.”

Как ему не хватает переменной кривизны в пространстве, при которой движущееся тело существенно отличается от покоящегося, а изменение геометрии пространства во времени может привести к разрушению твердых тел! Но в то время было известно только евклидово пространство, всюду тождественное себе.

Беркли жил за 150 лет до Маха и еще допускал абстракцию, косвенно выводимые и непосредственно не наблюдаемые сущности:

> “В физике имеют место чувства и опыт, которые распространяются только на очевидные факты; в механике допускаются абстрактные понятия математиков...”
>
> “Только путем размышления и рассуждения настоящие производящие причины могут быть вызволены из окружающего их мрака и в некоторой степени поняты.”

По отношению к пространству он выступает как юрист: очевидно, что нечто такого рода — вроде абсолютного пространства — имеется. Но одной *протяженности* для доказательства его объективного существования Беркли не достаточно. И пока иных доказательств нет:

> “Никакое движение не может быть познано или измерено иначе как через чувственные вещи. Следовательно, поскольку абсолютное пространство никоим образом не воздействует на чувства, оно необходимо должно быть совершенно бесполезным при различении движений. Кроме того, для движения существенны определенность или на-

> правленность, но они состоят в отношении. Следовательно, постигнуть абсолютное пространство невозможно.”
>
> “...для этого было бы достаточно ввести вместо абсолютного пространства относительное, ограниченное небесами фиксированных звезд, принятыми за неподвижные.”

Пожалуй, реликтовое излучение могло бы серьезно повлиять на мнение Беркли, ибо он не утверждает, а ищет.

1.11. Рекурсия знаний

Наши знания о Мире, в котором мы живем, и даже знания о наших знаниях о нем принципиально рекурсивны. Что-то мы узнаем в детстве, затем те же знания в процессе учебы осмысливаются по-новому и пополняются новыми. Будучи поставленными на научную основу в какой-то области знания, они опять переосмысливаются в процессе работы. И конечно же, переосмысление уже понятого человечеством происходит по мере прогресса техники и науки.

Знания о Мире, о его закономерностях возникли не из какого-то эксперимента, а в результате *опыта*, жизненного опыта и не только нашего, но и опыта предыдущих поколений. И этот опыт состоит из двух дополняющих друг друга составляющих:

- наблюдений, экспериментальных данных и их соотношениях;
- и понятых на основе их анализа (“наведением”) элементов конструкции объективного Мира.

Эти составляющие питают друг друга проблемами: закономерности в наблюдениях приводят (“наведением”) к представлению об объективных элементах конструкции Мира (воздух, пространство, звук, свет), по отношению к которым возникают вопросы об их характеристиках и связи между ними. При этом возникают понятия и более абстрактные, такие как “термодинамическое равновесие”, “закон сохранения энергии”.

На каком-то уровне находится одно “естественное” объяснение феномена, но с развитием экспериментальных данных и теоретических знаний это объяснение может заменяться другим. Наиболее наглядным в этом процессе является объяснение природы тепла. Конструирование термометров со шкалой в первой половине XVIII века привело к пониманию различия понятий степень нагретости (температура) и количество тепла. Измерения, связанные с изменением температуры при сливании горячей и холодной воды, опускании в воду нагретого предмета, привели к понятию о некоторой сохраняющейся субстанции, переходящей из более нагретого тела в менее нагретое, но сохраняющей свое количество. Естественно, первые "физические" объяснения этого феномена строились на уровне "темной материи", которая в работах Вольфа, Блека и Вильке получила название "теплород". Исследователи начали изучать *теплоемкости* тел, *удельные теплоемкости* различных веществ. Разработка соответствующих понятий и методик прекрасно подтверждалась экспериментально.

Однако наблюдения, связанные с нагреванием тел при совершении работы (высверливание жерла пушки – Румфорд, 1798 г., таянием льда под давлением – Дэви), а также развитие *атомистики* в работах Дальтона, Гей-Люссака привели к совершенно другому представлению о теплоте – как об энергии внутреннего движения молекул и атомов, составляющих макроскопические тела. Вместо того, чтобы пытаться идентифицировать частицы "теплой материи" (теплорода), изучать их физические свойства, проблема завершилась формулировкой закона сохранения энергии и установлением Джоулем механического эквивалента теплоты.

Вроде о таких же этапах говорит и Мах [6]:

"Современное естествознание стремится построить свою картину мира не на спекулятивных умозрениях, а по возможности на фактах наблюдения: свои конструкции он проверяет также при помощи наблюдений. Каждый новый факт дополняет эту картину мира, а всякое разногласие между ее конструкцией и фактами наблюдения наводит на мысль о несовершенстве, о пробеле в ней. *Увиденное проверяется и дополняется мыслимым, которое есть в свою очередь не более, как результат увиденного уже раньше.* Поэтому представляет особую прелесть делать непосредственно доступным проверке через наблюдение, т.е. доступным восприятию то, к чему пришли – умозаключениями ли или допущениями – чисто теоретическим путем."

Выделенная (мной) курсивом фраза, однако, существенно отодвигает позицию Маха от натуральной философии: "мыслимое" – это результат "увиденного", хотя и ранее.

Будучи тонким экспериментатором и эрудированным историком физики, ставя остроумные эксперименты и анализируя работы ученых самых разных времен и стран, Мах, естественно, получал "особую прелесть". "Картина мира" определяется как бы не объективным

Миром, а тонкостью интеллекта ученого.

Помахав веером, мы ощущаем дуновение. Ветер поднимает пыль и листву. Эти и множество подобных наблюдений приводят к понятию "воздух", после чего ученые (например, Мах) начинают изучать его свойства. Хотя можно было бы заявить, что понятие "воздух" – это удобное метафизическое понятие, упрощающее описание наших экспериментов, например, связь между помахиванием веером и дуновением прохлады. Да и "температура", "давление", "скорость" – это не свойства метафизического "газа", а удобные абстракции для описания связи между показаними манометра, термометра и пр. приборами. Но в святой для себя области – газовой динамике – Мах до такого эмпириокритицизма не доходит.

В 1884 году он провел исключительно тонкие эксперименты по изучению поля скоростей воздуха вблизи летящей пули [6]:

"Воздух обыкновенно вообще невидим, даже когда он находится в покое. Здесь же необходимо, чтобы виден был воздух, движущийся с очень большой скоростью."

Конечно же, здесь он трактует "воздух" как объективную реальность, а не удобную и изящную составляющую умозрительной "картины мира". В этих экспериментах Мах прямо "увидел" (сфотографировал) воздух, точнее, его сгущения и разряжения.

Мах отвергал молекулы, приводя как веский довод оценку Больцманом их размеров в десятки тысяч раз меньшую длины волны видимого света, который столь малыми объектами практически не рассеивается. Поэтому их в принципе невозможно увидеть. А то, что нельзя "увидеть в принципе" – не существует (по Маху).

История физики, да и вообще история человечества говорит о том, что осознание общего в многократных экспериментах приводит к "метафизическим" понятиям, отражающим конструкцию реального Мира: масса, измеряемая весами с незапамятных времен, температура, гравитационный потенциал, молекулы и многое, многое другое.

В "Механике" Маха, например, большое внимание уделяется понятию "масса". Он показывет, что различные свойства массы, аддитивность, например, это чисто экспериментально определяемые свойства. Однако, он абсолютизирует эксперимент, полагая, что результаты эксперимента на Земле по какой-то причине обязаны воспроизводиться, например, на Луне. Хотя хорошо известно, что килограмм железа и килограмм ваты, уравновешиваемые на чашечных весах на Земле, не уравновесятся на Луне: вата перетянет (не будет большей архимедовой силы воздуха). Да и по-разному (за счет разности объемов) действует на них приливная сила Луны (на Земле) или Земли (на Луне). Поэтому тщательно продуманные "эксперименты" Маха – это на самом деле абстракция, мысленное проведение идеальных экспериментов, которые провести в принципе невозможно, но в этих идеальных экспериментах Мах констатирует объективные свойства массы, правда, навешивая не нее ярлык "просто экспериментальной величины". В этом процессе, конечно, очень полезно очищение непонятых понятий от выдумок (например, "волны-пилота" в квантовой механике).

Итак, в физике идет неспешное появление "метафизических" понятий (масса, температура, время, пространство, молекулы, атомы), постепенное выявление в экспериментах их наблюдаемых свойств, и на этой основе выявление их свойств "в себе", имеющихся объективно, вне зависимости от наблюдений. На основе выявления этих объективных свойств предсказываются результаты сложных экспериментов (как, например, взвешивание ваты и железа на Земле и Луне).

Идет *рекурсивный* процесс понимания конструкции Мира.

При рекурсивном подходе на любом уровне знаний какие-то отношения мы фиксируем схематично, полагаясь на уточнение, более детальную разработку их или даже радикальное переосмысление при дальнейшем развитии науки.

Хорошо известно, что Ньютон заявлял об абсурдности дальнодействия, передачи гравитационного взаимодействия без участия промежуточных областей, однако на уровне знаний своего времени вынужден был сформулировать закон тяготения в форме дальнодействия. "Гипотез не строю" — это заявление не о позитивизме, а об относительности наших знаний, с неизбежностью их неполноты и необходимостью дальнейшего их уточнения с большой осторожностью.

Подход Ньютона к пространству, времени, движению исходит из того, что мы знаем лишь некоторую часть информации об устройстве Мира, и отражает богатый опыт самого Ньютона не только в решении ряда проблем физики, таких, как вычисление движения планет, определение структуры белого цвета, но и в возникновении множества вопросов, на которые наука его времени не могла дать ответа — эти вопросы запущены в *рекурсивную разработку*. "Гипотез не строю" — это ни в коем случае не значит отрицание возможности более глубокого проникновения в сущность явлений. Это значит, что из всего современного опыта человечества мы должны создать не окончательную, единственно верную картину мира, а лишь описать уровень рекурсии представления о нем, совместимый с современными экспериментальными данными, описав некоторые понятия схематично, понимая, что дальнейший опыт эти схематичные конструкции с течением времени уточнит.

Мах же, отдавая приоритет наблюдениям, фактически запрещает рекурсию, требуя экспериментального определения любого физического понятия: "Как увидеть абсолютное пространство? Ведь все инерциальные системы равноправны, нельзя из них выделить абсолютную." Но именно из механики Ньютона, стартующей от абсолютного пространства, и следует равноправие инерциальных систем. Подождите. Пока (XIX век) такой эксперимент еще невидим, хотя уже создана риманова геометрия, в которой это абсолютное пространство совершенно уникально, нет никаких с ним равноправных. Но она еще не вышла на стадию эксперимента.

1.12. Инерциальные системы

Попытка изгнания Махом (а еще ранее — Беркли) понятий абсолютного времени и абсолютного пространства, заявления о том, что это "праздные, метафизические понятия", очень мало повлияли на математическую структуру динамики. Любой учебный курс механики или монография успешно стартуют от трехмерного евклидова пространства с неким временем, по отношению к которому записываются уравнения динамики. Проблема возникает лишь в исходной, стартовой позиции в описании пространства и времени.

Позитивизм перекочевал и в *советскую науку*, метафизическим катехизисом которой являлся "Материализм и эмпириокритицизм" В.И. Ленина, где главный свой гнев автор обрушивал на Маха и махизм. Например, в учебнике МГУ [8] мы читаем:

> "... *высказывание о точке пространства имеет смысл лишь в том случае, когда указано ее положение относительно материальных тел.*
>
> Так же, как не имеет смысла говорить о пространстве самом по себе, не имеет смысла говорить о времени самом по себе. *Представление о течении времени вне связи с материальными процессами является бессодержательным.*"

Это же откровенный Мах, правда, приправленный заклинаниями о пространстве и времени как формах существования материи. При этом упомянутое утверждение явно противоречит Ленину, который пишет:

> “Признавая существование объективной реальности, т.е. движущейся материи, независимо от нашего сознания, материализм неизбежно должен признавать объективность времени и пространства, в отличие прежде всего от кантианства, которое в этом вопросе стоит на стороне идеализма, считает время и пространство не объективной реальностью, а формами человеческого созерцания...”

Другие авторы, не желавшие себя связывать с “т. наз. материализмом”, пытаясь (не очень явно) стоять на почве позитивизма, оказались в достаточно трудном положении. Одним из самых популярных курсов физики является многотомник Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица. Как же там определяются пространство и время? В Механике [9]:

> “Положение материальной точки в пространстве определяется ее радиус-вектором $\mathbf{r}$, компоненты которого совпадают с ее декартовыми координатами x, y, z. Производная $\mathbf{r}$ по времени t ... называется скоростью ...”

Здесь неясно, что такое “время”, но ясно, что авторы понимают “пространство” как трехмерное многообразие с евклидовой метрикой (декартовы координаты можно ввести только в евклидовом пространстве). Однако:

> “Для изучения механических явлений надо выбрать ту или иную *систему отсчета*. ...”

Что такое “система отсчета” — не разъясняется. Пространство евклидово, как было заявлено ранее, поэтому оно однородно и изотропно. Но:

> “По отношению к произвольной системе отсчета пространство является неоднородным и неизотропным. Это значит, что если какое-либо тело не взаимодействует ни с какими другими телами, то тем не менее его различные положения в пространстве и его различные ориентации в механическом отношении не эквивалентны.”

Но в конце концов инерциальные системы просто постулируются вне зависимости от предыдущих рассуждений:

> “Оказывается, однако, что всегда можно найти такую систему отсчета, по отношению к которой пространство является однородным и изотропным, а время однородным.

> Такая система называется *инерциальной.* В ней, в частности, свободное тело, покоящееся в некоторый момент времени, остается в покое неограниченно долго."

Правда, чтобы избежать абсолютного пространства Ньютона, идет апелляция к некоему "опыту":

> "Опыт показывает, однако, что не только законы свободного движения будут одинаковыми в этих системах, но что они будут и во всех других механических отношениях полностью эквивалентны. Таким образом, существует не одна, а бесконечное множество инерциальных систем отсчета, движущихся относительно друг друга прямолинейно и равномерно."

Если в динамике Ньютона, стартующей от понятий "абсолютное пространство" и "абсолютное время", равноправие равномерно и прямолинейно движущихся друг относительно друга систем *выводится*, то здесь авторы, пытаясь избежать этих запретных в интеллектуальных кругах "метафизических" понятий, вынуждены апеллировать к некоторому *опыту, который показывает* ни много ни мало, как *полную эквивалентность таких систем во всех других механических отношениях.* Что это за опыт, проведенный по отношению ко *всем* механическим отношениям?

Но как только они теми или иными окольными путями добираются до инерциальных систем, далее все идет четко и эффективно.

Многие авторы просто заявляют, что в основе механики лежит понятие инерциальной системы, которых бесконечное множество (аксиоматический подход — напр. [10]). До поры до времени такой подход вполне приемлем — пока мы полагаем, что пространство евклидово: евклидово пространство может двигаться само в себе прямолинейно. Но как только возникнет мысль об искривленном пространстве (см. далее), этот подход сразу заходит в тупик.

Вся это либо недоговоренность, либо явная путаница возникает только из-за запрета называть вещи своими именами: пространство, абсолютное пространство, время.

1.13. "Безумные идеи"

Физика в XX веке развивалась под лозунгом "безумных идей". "Достаточно ли эта теория безумна, чтобы быть верной?" – провозгласил Нильс Бор. Действительно, излучение энергии порциями (квантами),

$E = mc^2$, квант энергии $E = h\nu$ в волне с частотой ν, устойчивые орбиты для электрона, вращающегося в атоме, несмотря на предсказываемую электродинамикой потерю энергии в виде излучения, запрет на абсолютное время и абсолютное пространство, искривленное четырехмерное пространство. Это перечень лишь “навскидку”.

И в середине XX века поиск “ключика мироустройства” все дальше и дальше залезает в дебри суперсложности. Суперсимметрия, супергравитация, компактификация 26-мерного пространства, компактификация десятимерного пространства, и как венец – компактификация бесконечномерного пространства, – это темы множества конференций, статей, монографий. Красивые математические идеи навязываются миру как обязательные, так как они изящны и “безумны”. Это так необычно, изящно, непонятно непосвященному! (Хотя и посвященному тоже).

На самом деле, обилие “безумных идей” в начале XX века говорит лишь о том, что наука вторглась в неведомые ранее области и начальное постижение идет всегда на феноменологическом уровне. Эпициклы Птолемея – конечно, это “безумная идея”. Законы отражения (а затем и преломления) света как достижение минимальности оптической длины. Это начальные этапы становления любой науки (особенно их было много в химии и биологии). Работа с “безумным” объектом приводит в конце концов к *естественно-научному* объяснению свойств изучаемого объекта.

Удивительная сила науки, проявляющаяся при строительстве зданий, кораблей, в предсказании солнечных и лунных затмений, очистке загрязненных поверхностей и т.д., приводит к мнению о безграничности возможностей, создаваемых научным знанием: возможности превращения свинца в золото, предсказания судьбы по расположению планет, к двенадцатикратному повышению урожайности. В то же время *положительная наука* — которая опирается на четко разработанные алгоритмы, — постоянно демонстрирует ограниченность своих возможностей. При этом на любом уровне развития науки имеется большой (и возрастающий с ростом знаний) объем непонятного: почему пространство трехмерно, почему динамикой управляют законы Ньютона, почему динамические уравнения выводятся из принципа наименьшего действия? Квантовая механика вроде бы разъясняет последний вопрос, но создает новый: каков смысл волновой функции?

В науке имеется постоянный контакт рационального и иррационального. Степень того и другого определяется уровнем наших знаний. Если относиться к росту знаний как к рекурсивной процедуре, то такое единство пóнятого и непóнятого является нормальным состоянием.

1.14. Что же мы знаем о пространстве?

В пространстве действует евклидова геометрия.

Пока это все, что мы знаем о пространстве, хотя многие сразу же ставят вопрос: из чего оно сделано? Из атомов или каких-либо *субатомных элементов* Станислава Лема? Понимая, что никаким напряжением мысли мы на этот вопрос сейчас ответить не сможем, а если все-таки попытаемся не ударить в грязь лицом и ответить, то выдадим умную несуразицу, лучше ограничимся теми сведениями о пространстве, которые мы *сейчас* понимаем:

- Физическое пространство — это трехмерное многообразие точек, подчиняющееся евклидовой геометрии (является ее *объективным материальным носителем*).
- Все тела располагаются и перемещаются в пространстве.
- Их линейные размеры (в том числе и внутри тел) определяются расстояниями между соответствующими точками пространства.

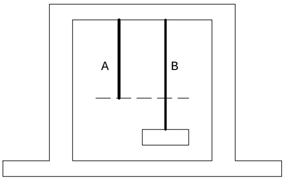
Попытки увидеть в понятии пространства нечто более значительное, чем носителя геометрии, более глубокомысленное, выводить его свойства из неких общефилософских соображений приводят к отрицанию пространства как физического объекта, как это было у Маха, как пришел к этому отрицанию выдающийся математик и философ Анри Пуанкаре (1854–1912) [11]:

“Пространство может ... подвергнуться любой деформации, и ничто не откроет нам этого, если наши инструменты испытали ту же самую деформацию. Таким образом, пространство в действительности аморфно; оно рыхлая, лишенная твердости форма, которую можно приложить ко всему; оно не имеет своих собственных свойств. Заниматься геометрией — это значит изучать свойства наших инструментов, т.е. свойства твердого тела.”

Однако мы увидим далее, какими колоссальными энергиями обладают деформации пространства, благодаря огромному множителю

$c^4/(16\pi\, k)$, стоящему в выражении для энергии пространства (4.7). Но и не дойдя еще до этого выражения, можно рассмотреть, по совету Пуанкаре, примеры, связанные со свойствами твердого тела, которые опровергают его мнение об "аморфности" пространства.

На одну из двух одинаковых резиновых нитей (см. рисунок) подвешен груз, и нить изменила свою длину. Можно сказать, что нить B растянулась относительно нити A, с которой у нее до приложения силы была одинаковая длина, но можно не вешать или убрать нить A – результат от нее не зависит.

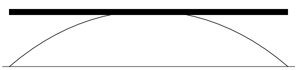


Можно сказать, что нить изменила свою длину относительно рамы, на которой она висит, но соотношения между удлиннением и силой не зависят от формы и размеров рамы – она, например, может быть круглой.

И уж совсем фантастически звучит предложение Маха об удлиннении относительно неподвижных звезд (*принцип Маха*).

Растянутый кусок резины имеет бо́льшую энергию, чем свободный, потому что его собственные размеры как сплошного тела не совпадают с соответствующими размерами в пространстве.

Теперь двумерный пример.



Мысленно проделаем следующий эксперимент. Возьмем полый внутри резиновый мяч и срежем с него "шапочку", например, по 60-й параллели.

На плоском столе эта "шапочка" будет возвышаться на высоту $r\,(1-\cos\vartheta)$, где r — радиус мяча, а ϑ — угловое расстояние до полюса (пусть это будет 30°).

Придавим эту "шапочку" тяжелой книгой, чтобы она распласталась между столом и книгой, стала плоской. На это нужно затратить энергию. Если давление сверху убрать, за счет этой энергии "шапочка" сможет поднять или даже подбросить книгу. В то же время эта "шапочка" без каких-либо усилий ложится на сферу с радиусом, равным радиусу ее внутренней поверхности — если пространство деформировано так же, как и само тело.

Все тела принимают геометрические (метрические) свойства пространства, в котором они находятся.

Рассмотрим теперь трехмерный пример.

В сферическую форму залили расплавленный чугун и интенсивно охлаждают ее поверхность. Застывший чугунный шар будет иметь внутренние напряжения. Это значит, что при разрезании его на мелкие части эти части невозможно будет сложить в шар снова без восстановления напряжений между соседними частями, без деформации этих частей. С точки зрения дифференциальной геометрии это означает, что вещество шара имеет внутреннюю кривизну, а мы пытаемся его вложить в трехмерное евклидово пространство с нулевой кривизной.

Если такой шар вложить в область пространства, имеющую точно такое же распределение кривизны, как и в самом шаре, то отдельные части соединились бы без всякого напряжения. Напряжения возникают из-за несоответствия внутренней кривизны вещества шара и кривизны пространства, в которое этот шар вложен.

Если бы пространство не обладало динамическими свойствами, играло бы только аморфную роль "меток", оно автоматически подстроило бы свою структуру под структуру кривизны вещества напряженного шара. Однако внутренние напряжения не только в нашем виртуальном шаре, но и в тысячах уже разрушившихся от внутренних напряжений реальных изделий говорят, что с энергетической точки зрения пространство предпочитает минимально изменять свою кривизну под воздействием внешних тел.

Только слишком большой опыт общения с пространством, привычка к нему, приводят к мысли об его объективном отсутствии.

1.15. Движение

Такова же участь и *движения* в пространстве. Мы слишком привыкли к движению в ежедневной практике, чтобы допускать в нем что-то непонятое.

Очень интересно и поучительно рассуждение Беркли о движении:

> "Многие определяют движение как *перемещение*, забывая, что само перемещение не может быть понято без движения и должно быть определено через движение. Совершенно очевидно, что определения проливают свет на одни вещи и вновь затемняют другие. И, безусловно, трудно с помощью определений сделать более ясными или лучше познаваемыми вещи, которые мы постигаем чувствами. Увлеченные тщетной надеждой этого рода, философы сделали

легкие вещи очень трудными, вовлекли свой разум в трудности, которые по большей части сами же и создали.”

Беркли не был *механиком*, он был философом. Для Ньютона движение существенно отличается от перемещения. Перемещение — это чисто геометрическое событие: некое тело перемещено в другое место. Но движение есть перемещение *во времени.* Ньютон записывал и решал дифференциальные уравнения движения тел, и, видя, что движение этих тел подчиняется найденным им уравнениям, он понимал, что это процессы в *реальном* пространстве, в *реальном* времени, а не просто записанные на бумаге формулы.

Движение в пространстве — это не только геометрия, изменение геометрического положения. Это процессы, происходящие *во времени.*

Динамику нескольких взаимодействующих тел можно описывать, например, в гамильтоновой форме. При этом канонические переменные тел, имеющих различное положение в пространстве, должны быть взяты в единый момент времени, и уравнения Гамильтона описывают их динамику в этом общем времени, а не просто: тело **a** как-то переходит в точку пространства **A**, а тело **b** — в точку пространства **B**.

Пространство и время собраны в единый динамический комплекс, каждая составляющая которого выполняет свою функцию.

1.16. “Материализация” инерциальной системы

Как правило, говоря о движущихся системах, под ними понимают твердые тела и даже абсолютно твердые — не имеющие внутренних степеней свободы, внутренних колебаний, поэтому все скорости относительно этой системы приобретают одинаковую добавку. Более адекватным, однако, является другой алгоритм *материализации инерциальной системы.* Поместим в каждую точку пространства пылинку (в пределе — с массой, стремящейся к нулю). Покоящиеся свободные пылинки отмечают точки пространства, а расстояния между бесконечно близкими пылинками определяются метрикой пространства или, наоборот, *определяют метрику пространства.* Если в евклидовом пространстве этим частицам придать одинаковые скорости, то расстояния между частицами сохраняются и они в любой момент времени реализуют евклидово пространство. Система, связанная с этими частицами, и является *инерциальной системой* — все ее точки движутся по инерции. В отличие от традиционных инерциальных систем, связанных с движущимися абсолютно жесткими твердыми телами, определение через пылевидную материю легко переносится и на специальную теорию относительности, и на случай риманова пространства.

Глава 2

Риманова геометрия

Евклидовость пространства, в котором мы живем, казалась очевидной в течение двух тысячелетий. Во времена Ньютона, Эйлера оно было евклидовым потому, что другие геометрии в то время просто не были известны. Однако, по мере развития геометрии евклидовость окружающего нас пространства стала ставиться под вопрос.

2.1. Однозначна ли геометрия?

В начале XIX века проблемами практической геодезии занимается

Карл Фридрих Гаусс (1777 – 1855). Гаусс ввел понятие о *внутренней геометрии* поверхности, не связанной с его вложением в трехмерное пространство, характеризуя поверхность *первой квадратичной формой* – метрикой, определяющей расстояния между бесконечно близкими точками поверхности и не зависящими от способа вложения ее в трехмерное пространство, и даже допускающую описание двумерной поверхности самой по себе, без какого-либо ее вложения.

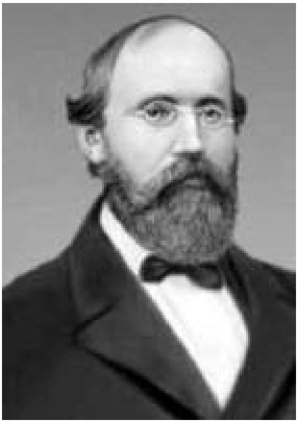
Практические проблемы заставили его предельно глубоко изучить проблемы искривленных (двумерных) поверхностей. В это время он приходит к идее возможности отхода от евклидовой геометрии, однако никаких работ по этому вопросу не публикует. В 1827 году он пишет фундаментальную работу "Общие исследования о кривых поверхностях", которая заложила основы новой науки – дифференциальной геометрии. В этой работе Гаусс вводит математическое выражение *кривизны* двумерной поверхности.

Николай Иванович Лобачевский (1792-1856) и Янош Бойяи (1802-1860) приходят к неевклидовой геометрии с совершенно другой – аксиоматической стороны [12].

Здесь важны не столько детали подхода к проблеме различных математиков, сколько возникшая возможность рассмотрения пространств с другими геометриями, отличными от евклидовой.

В свое время опыт человечества с древнейших времен говорил и о том, что поверхность Земли плоская, и только идеи и измерения Аристарха Самосского и Эратосфена около 250 г. до н. э. привели к представлению о сферичности земной поверхности. Однако эта поверхность представлялась как некоторое подмногообразие в трехмерном евклидовом пространстве.

Гаусс ввел понятие о *внутренней геометрии* поверхности, не связанной с его вложением в трехмерное пространство, характеризуя поверхность *первой квадратичной формой* – метрикой, определяющей расстояния между бесконечно близкими точками поверхности и не зависящими от способа вложения ее в трехмерное пространство.



Методы Гаусса описания искривленных двумерных поверхностей Бернгард Риман (1826 – 1866) перенес на описание многомерных пространств, в частности, трехмерного, создав раздел математики, именуемый сейчас *римановой геометрией*. И Лобачевский, и Риман уже подвергают ревизии евклидовость нашего реального трехмерного пространства.

В обширной и подробной лекции 1854 года "О гипотезах, лежащих в основаниях геометрии" [13] Риман обсуждает геометрию пространства:

> "Мы приходим к заключению, что пространство есть частный случай трижды протяженной величины. Необходимым следствием отсюда явится то, что предложения геометрии не выводятся из общих свойств протяженных величин и что, напротив, те свойства, которые выделяют пространство из других мыслимых трижды протяженных величин, могут быть почерпнуты не иначе, как из опыта. В таком случае возникает задача установить, из каких простейших допущений вытекают метрические свойства пространства ..."

Более того, он обсуждает не только *локальные* свойства пространства, но и *глобальные*, в частности, выдвигая возможность компактности его (трехмерная сфера):

> "Если мы припишем пространству постоянную меру кривизны, то придется допустить конечность пространства, как бы ни мала была кривизна..."

Он четко осознает и путь выяснения этих свойств, описывая необходимость теоретического исследования сочетать с экспериментальными фактами:

> "Решение этих вопросов можно надеяться найти лишь в том случае, если, исходя из ныне существующей и проверенной опытом концепции, основа которой положена Ньютоном, станем постепенно ее совершенствовать, руководясь фактами, которые ею объяснены быть не могут; та-

кие же исследования, как произведенное в настоящей работе, именно, имеющие исходным пунктом общие понятия, служат лишь для того, чтобы движению вперед и успехам в познании связи вещей не препятствовали ограниченность понятий и укоренившиеся предрассудки.

Здесь мы стоим на пороге области, принадлежащей другой науке – физике, и переступать его не дает нам повода сегодняшний день.”

Наиболее далеко продвинулся в представлении физического трехмерного пространства не только как риманова, но и с метрикой, меняющейся во времени, Уильям Клиффорд (1845 – 1879). Он не только рассматривает динамически изменяемые геометрические свойства пространства, но является первопроходцем в единой теории поля, предполагая возможность проявления материальных тел как сингулярностей пространства.

В работе “Здравый смысл точных наук” (1876) [14] он пишет: “Я считаю:

1. Что малые участки пространства действительно *аналогичны* небольшим холмам на поверхности, которая в среднем является плоской, а именно: там несправедливы обычные законы геометрии.

2. Что это свойство искривленности или деформации непрерывно переходит с одного участка пространства на другой наподобие волны.

3. Что такое изменение кривизны пространства и есть то, что реально происходит в явлении, которое мы называем *движением материи*, будь она весомая или эфирная.

4. Что в физическом мире не происходит ничего, кроме таких изменений, подчиняющихся (возможно) закону непрерывности.”

И далее:

“ Пространство наше, быть может, действительно обладает кривизной, меняющейся от одной точки к другой, – кривизной, которую нам не удается определить или потому, что мы знакомы лишь с небольшой частью пространства, или потому, что мы смешиваем незначительные происходящие в нем изменения с переменами в условиях нашего физического существования, последние же мы не связываем с переменами в нашем положении. Мы должны допустить, что ум, который мог бы распознать эту изменяющуюся кривизну, обладал бы знанием абсолютного положения точки.Для такого ума постулат об относительности положения потерял бы всякое значение.

Гипотезам, гласящим, что ... геометрический характер [пространства] может меняться во времени, быть может, суждено или не суждено сыграть большую роль в физике будущего, но мы не вправе не рассматривать их как возможные объяснения физических явлений, потому что их можно противопоставить повсюду распространенному догматическому верованию в всеобщность известных геометрических теорем – верованию, образовавшемуся благодаря столетиям непрерывного почитания гения Евклида."

В конце XIX века начался поход на пересмотр свойств пространства. Он шел как со стороны анализа отношения к реальному, физическому пространству, так и в разработке математических методов, позволяющих не только рассуждать об этих свойствах, но и точно их описывать. Огромная заслуга в этом направлении принадлежит создателю *абсолютного дифференциального исчисления* Грегорио Риччи-Курбастро (1853 – 1925) и его школе.

Таким образом, представление Ньютона о пространстве как неизменном евклидовом оказалось лишь исторически ограниченным: дальнейшее развитие геометрии вполне допускало отказ от этих свойств пространства.

2.2. Метрика пространства

Каковы же основные параметры пространства? Плоскость, часть которой представляется листом бумаги, плоскостью стола, является *плоским пространством.* Наиболее привычным примером искривленного двумерного пространства является сфера.

В евклидовом пространстве можно задать *декартовы координаты*, в которых расстояние l между двумя точками с координатами (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) определяется в соответствии с *теоремой Пи-*

фагора:

$$l^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2. \tag{2.1}$$

Если точки расположены *бесконечно близко* друг к другу с разностями декартовых координат (dx, dy, dz), то бесконечно малое расстояние между ними в соответствии с (2.1) определяется выражением

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2. \tag{2.2}$$

Для двумерного евклидова пространства метрика представляется также выражением (2.2), в котором $dz = 0$:

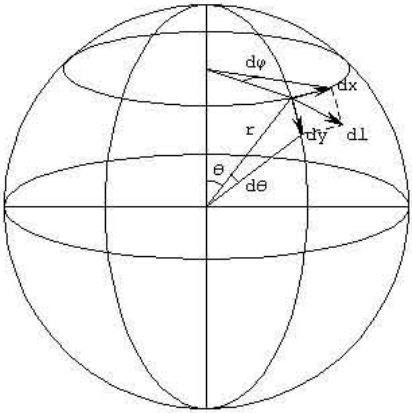
$$dl^2 = dx^2 + dy^2. \tag{2.3}$$

Основным в подходе Римана к описанию различных пространств (теперь их называют *римановыми пространствами*) является представление о том, что малая (точно – бесконечно малая) окрестность любой точки этого пространства представляет из себя маленькую область евклидова пространства и характеризуется евклидовой метрикой.

2.3. Двумерная сфера

Изучим сначала двумерные поверхности. Поверхность Земли имеет форму сферы, однако долгое время люди представляли Землю плоской, так как доступная обычному наблюдению часть Земной поверхности (поле, озеро, комната) имеет размеры очень малые по сравнению с радиусом Земли. Именно этот факт – малая область всегда представляется плоской – и лежит в основе римановой геометрии.

Точки на поверхности сферы удобно задавать сферическими координатами ϑ и φ. Расстояние между двумя очень близкими точками A и B (точно это верно только в бесконечно малой окрестности точки A) определяется в касательной плоскости, где расстояние между точками по оси y: $dy = r\,d\vartheta$, где r – радиус сферы, а по оси x определяется радиусом меридиана, на котором находится точка A: $r_m = r\,\sin\vartheta$ и смещением по долготе $d\varphi$: $dx = r\,\sin\vartheta\,d\varphi$.



При бесконечно малых $d\vartheta$ и $d\varphi$ бесконечно малый участок в окрестности точки A подчиняется евклидовой геометрии и в ней верна теорема Пифагора, определяющая расстояние между бесконечно близкими точками A и B:

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 = (r\,d\vartheta)^2 + (r\,\sin\vartheta\,d\varphi)^2 =$$

$$r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\,d\varphi^2). \tag{2.4}$$

Это выражение отличается от метрики плоскости (2.3).

В самом общем виде для любой двумерной поверхности с двумя координатами ξ^1 и ξ^2 это выражение представляется через *метрические коэффициенты* (*метрику*):

$$dl^2 = \gamma_{11}\,d{\xi^1}^2 + 2\,\gamma_{12}\,d\xi^1\,d\xi^2 + \gamma_{22}\,d{\xi^2}^2, \tag{2.5}$$

где метрические коэффициенты γ_{ij} зависят от координат (ξ^1, ξ^2).

Метрику двумерной поверхности можно представить в виде симметричной таблицы, определяемой тремя метрическими функциями

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11}(\xi^1,\xi^2) & \gamma_{12}(\xi^1,\xi^2) \\ \gamma_{12}(\xi^1,\xi^2) & \gamma_{22}(\xi^1,\xi^2) \end{pmatrix}. \tag{2.6}$$

Метрика сферы радиуса r (2.4) в координатах $\xi^1 = \vartheta,\ \xi^2 = \varphi$ определяется таблицей

$$(\gamma_{ij}) = \begin{pmatrix} r^2 & 0 \\ 0 & r^2\,\sin^2\vartheta \end{pmatrix}. \tag{2.7}$$

Метрика определяет *внутреннюю геометрию* поверхности, связанную только с координатами на самой поверхности. Например, можно нарисовать на листе бумаги какие-то геометрические фигуры, а затем свернуть лист в трубочку, но при этом геометрические свойства этих фигур (длины сторон, углы, площади) не изменятся. Если же сама поверхность как-то растягивается (например, фигуры нарисованы на надуваемом воздушном шарике), то эти свойства меняются, но в строгом соответствии с изменением метрики при этом процессе. Например, если надувается идеальный сферический шарик – меняется только его радиус, но он всегда остается сферой, – то в метрике (2.7) изменяется только общий масштабный коэффициент r^2.

Но метрика может меняться и за счет преобразований координат. Например, используя произвол в преобразовании двух координат из трех метрических функций, можно исключить две, приведя метрику к *конформно-плоскому виду*

$$dl^2 = f^2(x, y)\,(dx^2 + dy^2). \tag{2.8}$$

Для сферы радиуса r метрика в конформном виде:

$$dl^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{(1 + \frac{x^2+y^2}{4\,r^2})^2}. \tag{2.9}$$

Если сферичесие координаты меняются в ограниченных интервалах $(0 \le \vartheta \le \pi,\ 0 \le \varphi \le 2\,\pi)$, то конформные координаты x и y меняются от минус до плюс бесконечности, как на плоскости.

Множество всех двумерных римановых пространств определяется множеством трех компонент метрического тензора как функций от двух координат, факторизованной по множеству двух функций от двух переменных – преобразованиям координат.

2.4. Кривизна

В описании римановых пространств есть одна сложность – это произвол выбора координат, в которых производится описание пространства. Даже выбор декартовых координат в евклидовом пространстве неоднозначен: начало координат можно перенести в произвольную точку с параллельным переносом осей; координатные оси можно повернуть на какие-то углы, сохранив между ними ортогональность. Можно провести и более сложные преобразования координат. Если, например, положить

$$x = r\,\sin\vartheta\,\cos\varphi; \quad y = r\,\sin\vartheta\,\sin\varphi; \quad z = r\,\cos\varphi$$

и по правилам дифференцирования Лейбница выразить $(dx,\, dy,\, dz)$ через dr, $d\vartheta$, $d\varphi$, а затем подставить эти выражения в метрику трехмерного евклидова пространства (2.2), то выражение для метрики приводится к виду

$$dl^2 = dr^2 + r^2\,(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2). \tag{2.10}$$

Это метрика того же самого трехмерного евклидова пространства, но в других – сферических – координатах.

Можно ли по виду метрики определить: является пространство евклидовым, плоским, или оно имеет какую-то кривизну? Ответ на этот вопрос дали немецкие математики XIX века Риман и Кристоффель (1828 – 1900), определив конструкцию, содержащую вторые производные метрического тензора – *тензор кривизны* (тензор Римана - Кристоффеля).

Пространство можно представлять как непрерывное множество точек, которые при преобразовании координат не изменяют своего относительного положения, но численные значения их координат меняются.

В окрестности любой точки можно выбрать локально-декартовы координаты, в которых метрика не только имеет вид (2.2), но и все первые производные от компонент метрики равны нулю. Однако все вторые производные метрических коэффициентов в окрестности выбранной точки в общем случае обратить в нуль нельзя – не хватает степеней свободы в преобразованиях координат.

Математическая техника тензорных (ковариантных) соотношений состоит в том, чтобы некоторые равенства, выведенные в одной системе координат, оставались верными и после любого преобразования координат. Физические поля описываются *тензорами* — многокомпонентными математическими полями, компоненты которых нумеруются индексами, принимающими значения от единицы до трех (размерности пространства). Число индексов называется *рангом* тензора. Например, *скаляр*, описываемый однокомпонентным полем без индексов, является тензором нулевого ранга. При преобразованиях координат компоненты тензоров в новой системе являются линейными однородными функциями компонент в старой системе. В частности, если все компоненты тензора равны нулю в одной системе, то они равны нулю и в любой другой системе (нулевой тензор). Это же относится и к равенству тензоров: если все компоненты одного тензора равны компонентам другого, то это равенство сохраняется при любом преобразовании координат. Именно тензорный вид физических законов гарантирует их выполнение вне зависимости от выбранной системы координат.

Особенно нетривиальной оказывается проблема дифференцирования тензоров: при преобразовании координат к производным полей добавляются еще производные от функций преобразования координат – вводится *ковариантная производная.*

Будем обозначать частную производную любого поля по координате x^i символом ∂_i. Например, для векторного поля $A^i(x_1, x_2, x_3)$ ковариантная производная ∇_i в произвольных координатах:

$$\nabla_i A^j = \partial_i A^j + \Gamma^j_{ik} A^k. \tag{2.11}$$

Здесь Γ^j_{ik} – it связности (символы Кристоффеля второго рода), выражающиеся через первые производные метрического тензора:

$$\Gamma^j_{ik} = \frac{\gamma^{js}}{2} (\partial_i \gamma_{sk} + \partial_k \gamma_{si} - \partial_s \gamma_{ik}). \tag{2.12}$$

Последнее соотношение следует из *равенства нулю ковариантной производной метрического тензора.* В локально декартовой системе координат все производные метрического тензора равны нулю и все компоненты связностей поэтому равны нулю, следовательно, ковариантная производная в локально-декартовой системе совпадает с обычной частной производной. Ковариантность выражается в том, что, если, например, в данной точке пространства в какой-то системе координат $\nabla_i A^j = 0$, то она в этой точке равна нулю и в любой другой системе координат.

Ковариантная производная является тензорным (ковариантным) образом частной производной в локально декартовой системе координат, тензорным переносом ее в любую другую систему координат. В частности, так как обычная, частная производная от любой компоненты метрического тензора в локально декартовой системе в окрестности избранной точки равна нулю, следовательно, равна нулю и ковариантная производная метрического тензора в любой системе координат, откуда достаточно простым вычислением и получается выражение (2.12) для связностей.

К формулам (2.11) и (2.12) нужно сделать два технических замечания:

- Правило суммирования: $\Gamma^j_{ik} A^k$ понимается как $\sum_{k=1}^3 \Gamma^j_{ik} A^k$. Если в выражении один и тот же индекс встречается как вверху, так и внизу (здесь k), то по нему автоматически проводится суммирование.

- γ^{js} – это *обратный метрический тензор*:

$$\gamma^{js}\,\gamma_{si} = \delta_i^j = \begin{cases} 0, \; i \neq j \\ 1, \; i = j \end{cases} .$$

По индексу s здесь идет суммирование в соответствии с предыдущим замечанием.

Тензор кривизны (тензор Римана - Кристоффеля) R^k_{sij} возникает при рассмотрении коммутатора:

$$\nabla_i \nabla_j A^k - \nabla_j \nabla_i A^k = R^k_{sij}\, A^s, \tag{2.13}$$

где после подстановки выражения для ковариантной производной (2.11) в правой части (2.13) остается ненулевое выражение, которое строится из связностей и их первых производных:

$$R^j_{ikl} = \partial_k \Gamma^j_{il} - \partial_l \Gamma^j_{ik} + \Gamma^s_{il}\,\Gamma^j_{sk} - \Gamma^s_{ik}\,\Gamma^j_{sl}. \tag{2.14}$$

В евклидовом пространстве в декартовых координатах ковариантные производные всюду, а не только в отдельной точке совпадают с обычными частными производными, которые перестановочны, что приводит к равенству нулю правой части в выражении (2.13), а следовательно, и тензора кривизны (2.14). Так как он тензор, то будучи равными нулю в одной системе координат (декартовой), все его компоненты оказываются равными нулю и в любой другой системе координат. Отсюда и его название: в более общих (искривленных) пространствах декартову систему можно ввести только в бесконечно малой окрестности выбранной точки, и вторые производные метрического тензора приводят к ненулевым компонентам тензора кривизны.

Если в пространстве тензор кривизны всюду равен нулю, пространство называется *плоским*. Например, двумерная плоскость, на которой действует евклидова геометрия, является плоской. Но плоским является и цилиндр, на котором в окрестности каждой точки можно ввести декартову систему.

Тензор кривизны R^k_{ilj} имеет четыре индекса – является тензором четвертого ранга. В тензорной алгебре существует операция *свертки* – суммирования компонент с одинаковым значением одного верхнего и нижнего индексов, уменьшающая ранг тензора на два. Свертка тензора Римана-Кристоффеля приводит к тензору второго ранга – *тензору Риччи* (выражение в скобках напоминает о правиле суммирования):

$$R_{ij} = R^k_{ikj} \left(= \sum_{k=1}^{3} R^k_{ikj} \right).$$

Из него сверткой с обратным метрическим тензором можно построить скаляр – скалярную кривизну

$$R = R_{ij}\,\gamma^{ij}\ \left(= \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} R_{ij}\,\gamma^{ij}\right),$$

которая для двумерной сферы радиуса r равна $R = 2/r^2$.

2.5. Трехмерная сфера

Евклидово пространство обладает свойством однородности и изотропности: с помощью *сдвигов* любая его точка может быть переведена в любую другую, а с помощью *поворотов* любое направление переводится в любое другое. Этим же свойством обладает и обычная (двумерная) сфера с метрикой (2.4), а также плоскость Лобачевского с похожей метрикой, где $\sin\vartheta$ заменен на гиперболический синус. Скалярная кривизна плоскости Лобачевского равна $-2/r^2$. Это *пространство отрицательной кривизны.* Площадь двумерной сферы равна $2\,\pi\,r^2$ – конечна. Площадь плоскости Лобачевского бесконечна.

Однородное и изотропное трехмерное пространство также может иметь нулевую кривизну (евклидово пространство), положительную кривизну $R = 6/r^2$ (трехмерная сфера) и отрицательную кривизну $R = -6/r^2$ (трехмерное пространство Лобачевского).

Наиболее часто используются сферические координаты на трехмерной сфере радиуса r:

$$dl^2 = r^2\,(d\chi^2 + \sin^2\chi\,(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\,d\varphi^2)). \tag{2.15}$$

Параллелями ($\chi = \mathrm{const}$) являются двумерные сферы радиуса $r\ \sin\chi$, а экватором ($\chi = \pi/2$) – двумерная сфера радиуса r.

Трехмерная сфера имеет конечный объем $V = 2\,\pi^2\,r^3$.

Также, как среди двумерных поверхностей, сфера – одна из наиболее симметричных, кривизна во всех ее точках одинакова, – но имеются и поверхности с переменной кривизной (например, поверхность яйца), так и трехмерные пространства могут иметь кривизну, меняющуюся от точки к точке. Трехмерная сфера среди них просто наиболее симметрична.

Вместе с трехмерным евклидовым пространством и трехмерным пространством Лобачевского она образует класс *однородных и изо-*

тропных пространств, у которых тензор Риччи пропорционален метрическому тензору $R_{ij} = \lambda\,\gamma_{ij}$. Метрику этих пространств можно записать в едином конформно-плоском виде:

$$dl^2 = r^2\,\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{\left(1 + \kappa\,\frac{x^2+y^2+z^2}{4}\right)^2}. \tag{2.16}$$

Параметр κ принимает всего три значения и характеризует вид пространства

κ	Пространство
1	Трехмерная сфера
0	Евклидово пространство
-1	Пространство Лобачевского

Параметр r характеризует масштаб (для трехмерной сферы – радиус).

Скалярная кривизна определяется через эти параметры

$$R = \kappa\,\frac{6}{r^2}. \tag{2.17}$$

В соответствии со значением κ изотропные пространства характеризуют как пространства положительной, нулевой и отрицательной кривизны.

Глава 3

Динамическая геометрия

3.1. Геометрия и движение

И геометрия Евклида, и геометрия Лобачевского, и геометрии Гаусса, Римана не включают в себя понятие времени. Эти геометрии предназначены для спокойно сидящих или медленно прогуливающихся мудрецов, перед которыми расположены чертежи или неподвижные предметы.

Механика Ньютона внесла в описание реальности *время*. Движение тел стало отличаться от перемещения. Движение определяет перемещение, возможно, сразу нескольких тел, синхронизированное в едином времени. Время в механике Ньютона не просто параметр, а объективная сущность, определяющая развитие Мира. Описание движущихся тел привело к появлению понятия *движущаяся система*, а затем и более абстрактного: *движущаяся система координат*.

Однако, так как Ньютон совершенно естественно для своего времени полагал пространство евклидовым, то введенные им движущиеся системы также были евклидовыми пространствами, движущимися в *абсолютном пространстве*. Ньютон записал законы динамики с точки зрения абсолютного пространства, однако при евклидовости пространства они оказались совершенно одинаковыми и в любой равномерно и прямолинейно движущейся системе. В любой точке пространства имеется скорость движения относительно абсолютного пространства, но для всех точек она одинакова: *поле скоростей однородно*. Скорость инерциальной системы является единственным параметром, единым для любой точки пространства, и из уравнений динамики эта константа выпадает.

В общем римановом пространстве однородное поле скоростей в принципе невозможно. Появилась проблема описания и законов динамики тел (и различных физических полей), и законов динамики самого пространства (изменения во времени его метрики) из *неинерциальной системы*, поле скоростей в которой неоднородно, меняется от точки к точке. Разработка математического аппарата для такого описания и есть задача **динамической геометрии**.

В 1921 – 1929 годах астрономы, астрофизики, открывшие достаточно много *галактик*, обнаружили, что они разбегаются и по очень простому закону (закону Хаббла).

Эдвин Хаббл (1889-1953), работая на 2.5-метровом телескопе обсерватории Маунт-Вильсон, к 1921 году показал, что все галактики от нас "разбегаются" – полосы поглощения водорода в спектрах галактик сдвинуты в красную сторону. В 1929 году он установил простой закон разбегания $v = H\,L$, где L – расстояние до галактики, а H – найденная им на основе обработки многочисленных измерений *постоянная Хаббла.* Обратная ей величина имеет размерность времени и имеет приблизительный смысл времени, когда все галактики находились в одной точке: $1/H \approx 13$ миллиардов лет.

Закон Хаббла хорошо соблюдается независимо от направления на галактику и поэтому может быть переписан в векторном виде:

$$\vec{v} = H\,\vec{r}, \tag{3.1}$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор галактики в системе координат, в которой Солнечная система находится в начале координат. Все галактики разбегаются почему-то именно от нас. Солнечная система, Земля кажутся выделенными. Однако, переместив начало координат в любую другую точку (другую галактику), положение которой в этой нашей системе координат определяется вектором $\vec{r_a}$ и убегающей от нас со скоростью $\vec{v}_a = H\,\vec{r}_a$, можно переписать соотношение (3.1) для скоростей относительно этой точки

$$\vec{v} - \vec{v}_a = H\,(\vec{r} - \vec{r}_a), \tag{3.2}$$

то есть точно так же, как и от нас, они разбегаются и относительно любой другой точки (галактики).

Значит это не процесс *движения* – разбегание идет от любой взятой точки, – а однородное изменение масштаба Мира (расширение). Расстояния меняются не за счет движения галактик, которые почти покоятся относительно пространства, а растет масштаб. Наглядно это можно представить следующей моделью: на надувном резиновом шарике поставим чернилами несколько точек. При надувании шарика расстояния между точками будут расти, причем пропорционально их первоначальным расстояниям, хотя точки никуда и не движутся.

Рассмотренный пример говорит о различных вариантах описания одного и того же процесса: с глобальной точки зрения – это процесс изменения масштаба Мира. Нет никакого поля скоростей (движения галактик). Однако с точки зрения некоторой другой системы, например, связанной с Землей, эта же картина описывается полем неоднородных скоростей, меняющихся по закону Хаббла. В системе координат, связанной с другой галактикой, меняется и поле скоростей по закону (3.2). Системы координат, имеющие поле скоростей, являются *неинерциальными системами.*

3.2. Инвариантная производная по времени

Физическое пространство представляется трехмерным многообразием своих точек, и система координат, в которой координаты точек пространства $(\bar{x}^i)$ постоянны, не меняются с течением времени, называется *глобальной инерциальной системой.* Замена трехмерных координат на другие $x^i(\bar{x})$, не зависящие от времени, оставляет координатную систему инерциальной.

Метрические свойства пространства определяются шестикомпонентным метрическим тензором $\gamma_{ij}(x,t)$, определяющим в заданной системе координат расстояние между бесконечно близкими точками:

$$dl^2 = \gamma_{ij}\,dx^i\,dx^j; \quad i,j = 1..3. \tag{3.3}$$

То есть в каждый определенный момент времени метрический тензор определяет геометрические свойства пространства как объекта *римановой геометрии.*

В некоторой другой системе, связь координат точек пространства в которой с координатами этих же точек в инерциальной системе зависит от времени (неинерциальные системы)

$$x^i = f^i(\bar{x}, t), \tag{3.4}$$

существует *поле абсолютных скоростей*

$$V^i = \frac{\partial x^i}{\partial t}, \tag{3.5}$$

отсутствующее в абсолютной инерциальной системе (что и является ее формальным признаком).

Допустимыми преобразованиями координат, таким образом, являются преобразования (3.4) при неизменном времени. Чтобы взять частную производную от какой-то функции по пространственной координате, нужно зафиксировать момент времени – и тогда эта производная не зависит от того: движется ли система или не движется. В частности, ковариантные производные тензоров в инерциальной и неинерциальных системах совпадают.

Но производные по времени в инерциальной и неинерциальной системах различаются, так что допущение преобразований координат, зависящих от времени, требует введения понятия **инвариантная производная по времени**, приводящая производную по времени в инерциальную систему. Например, для скалярного поля в неинерциальной системе эйлерова конструкция (получающаяся просто как производная сложной функции)

$$D_t\, f(x,t) = \frac{\partial f}{\partial t} + V^i\, \frac{\partial f}{\partial x^i} \tag{3.6}$$

совпадает с производной по времени в инерциальной системе ($V^i = 0$).

При дифференцировании тензоров нужно еще учитывать бесконечно малое преобразование компонент тензора за счет бесконечно малого преобразования координат за рассматриваемый бесконечно малый отрезок времени. Техника таких преобразований была разработана норвежским математиком Софусом Ли (1842-1899). Мы ее распишем для особо важной в динамике пространства инвариантной производной по времени от метрического тензора

$$D_t \gamma_{ij} = \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t} + V_{i;j} + V_{j;i}, \tag{3.7}$$

где $V_{i;j}$ – ковариантная производная поля скоростей V_i по координате x^j, определяемая метрическим тензором. При однородном поле скоростей она равна нулю.

Динамические уравнения всех полей (например, электромагнитного) в неинерциальной системе должны записываться через инвариантную производную по времени.

3.3. Движение относительно пространства

Если пространство является евклидовым (плоским), то в нем существуют сдвиги, определяющие равномерное и прямолинейное движение пространства в себе самом. Возникает представление о множестве инерциальных систем с евклидовым пространством.

В общем случае искривленного пространства такие движения отсутствуют, инерциальная система пространства оказывается выделенной по сравнению с любыми системами координат, зависящими от времени.

Однако в бесконечно малом любое риманово пространство является евклидовым и в окрестности любой точки существует множество бесконечно малых инерциальных наблюдателей. Если пространство не является статическим евклидовым, то сколь угодно малые, но конечные лаборатории (в которых работают мысленные бесконечно малые экспериментаторы) становятся чувствительными к движению относительно пространства.

Свободное движение тела массы m в римановом пространстве с метрикой γ_{ij} и полем скоростей $V^i(x)$ в классической механике описывается уравнением Гамильтона–Якоби для функции *действия* $S(t, x)$ [15]:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial t} + V^i\,\frac{\partial S}{\partial x^i}\right) + \frac{1}{2\,m}\gamma^{ij}\,\frac{\partial S}{\partial x^i}\,\frac{\partial S}{\partial x^j} = 0. \tag{3.8}$$

Здесь выражение в скобках – производная по времени в инерциальной системе, определяемая в неинерциальной системе инвариантной производной по времени от скалярной функции действия (3.6). Она определяет энергию со знаком “минус”.

Отметим, что все уравнения динамики в классической механике пишутся относительно пространства, а не относительно других тел. Так, в *задаче Кеплера* – движение планеты вокруг Солнца – определяется сначала *неподвижность плоскости вращения* – не относительно Солнца, например, или каких-то неподвижных звезд, а *неподвижность в пространстве.* Затем из закона сохранения величины момента количества движения выводится второй закон Кеплера, определяющий постоянство секториальной скорости – равномерности приращения площади за равные промежутки времени: не в сравнении с каким-то другим приращением площади, законодательно принимаемым за равномерное, а *во времени.* Полное интегрирование дает зависимость во времени расстояния от планеты до Солнца и угла поворота, хотя при наличии только двух тел, отрицающему пространство Маху угол должен казаться также *бессмысленным понятием.*

Если поле скоростей отсутствует или является константой, а метрический тензор также постоянен (евклидово пространство), то все коэффициенты в уравнении (3.8) постоянны и следующие из него возможные траектории тела оказываются прямолинейными, а скорость тела не меняется. Если же поле скоростей или коэффициенты метрического тензора зависят от координат, то движение оказывается криволинейным и скорости переменными. При этом, если вместо действия ввести *удельное действие* $S = m\,s$, то для последнего из уравнения исчезнет масса: закон движения не зависит от массы тела – факт, открытый Галилеем:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + V^i\,\frac{\partial s}{\partial x^i} + \frac{1}{2}\gamma^{ij}\,\frac{\partial s}{\partial x^i}\,\frac{\partial s}{\partial x^j} = 0. \tag{3.9}$$

В качестве важного примера рассмотрим евклидово пространство с масштабом, меняющимся с течением времени по некоторому закону $m(t)$, и определяющим метрику пространства в виде:

$$dl^2 = m(t)^2\,(dx^2 + dy^2 + dz^2). \tag{3.10}$$

Уравнение (3.9) принимает конкретный вид:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{1}{2\,a^2}\,(\nabla s)^2 = 0.$$

Коэффициенты этого уравнения не зависят от пространственных координат x^i, которые поэтому являются *циклическими* и зависимость от них действия линейна, так что $\nabla s = \vec{v} = \mathbf{const}$ и уравнение определяет зависимость энергии тела E от времени:

$$s = f(t) + (\vec{v}\,\vec{r}); \quad E(t) = -\frac{\partial S}{\partial t} = -m\,\frac{d\,f}{d\,t} = \frac{m\,v^2}{2\,a^2(t)}.$$

По мере расширения Мира энергия движущегося тела падает (а покоящегося не меняется).

Пусть теперь в лаборатории, движущейся со скоростью $\vec{V}$, движется тело с относительной скоростью $\vec{v}$, так что его скорость относительно пространства равна $\vec{V} + \vec{v}$. Уменьшение энергии этого тела относительно лаборатории зависит теперь от направления движения тела внутри лаборатории:

$$E(t) = \frac{m\,(\vec{V} + \vec{v})^2}{2\,a^2(t)} = \frac{m}{2\,a^2(t)}\,\left(V^2 + v^2 + 2\,(\vec{V}\,\vec{v})\right).$$

$$\frac{d\,E}{d\,t} = -\frac{m\,\dot{a}}{a^3}\,\left(V^2 + v^2 + 2\,(\vec{V}\,\vec{v})\right).$$

Хотя расширение за сколь-нибудь длительное лабораторное время ничтожно мало, в принципе движущаяся в расширяющемся Мире лаборатория по внутренним явлениям отличима от покоящейся.

3.4. Локальная неинерциальная лаборатория

Описанию законов движения в локальных (строго говоря, бесконечно малых евклидовых) неинерциальных лабораториях положил начало выдающийся математик, механик, философ, один из основателей "Энциклопедии" французских просветителей XVIII века Жак Д'Аламбер (1717-1783). *Принцип Д'Аламбера*, по которому ускорение лаборатории приводит к дополнительным силам при описании движения тел относительно лаборатории, привел, в частности, к *принципу эквивалентности* А. Эйнштейна при создании им Общей теории относительности.

Однако, общее неинерциальное движение бесконечно малой евклидовой лаборатории несколько шире: кроме ускорения, оно включает в себя еще и *вращение* лаборатории.

Для строгого описания различных объектов и процессов приходится вводить абстракции такие, как *материальная точка, абсолютно твердое тело* и пр. Реальные объекты и процессы лишь с той или иной степенью приближения соответсвуют этим абстракциям, однако, использование абстракций позволяет учесть отличие реального объекта от абстрактного. Например, при описании движения Земли вокруг Солнца поначалу Землю можно описывать как материальную точку, на которую со стороны Солнца действует единая сила притяжения. Однако вследствие конечности размеров Земли гравитационные силы Солнца в разных частях объема Земли слегка различны, но, выделяя внутри Земного шара различные бесконечно малые элементы, можно учесть поправки не только за счет различия гравитационной силы, но и за счет, например, неоднородной плотности Земли или ее вращения.

Для описания пространственно-временных соотношений различных наблюдателей также приходится вводить абстракции, которым реальные условия соответствуют лишь приближенно.

Бесконечно малая лаборатория – это некоторый бесконечно малый параллелепипед, малый настолько, что *пространство* внутри него является евклидовым.

Внутри лаборатории происходят различные процессы, в частности, движение. Процессы совершаются в едином для всей лаборатории *местном времени*, которое мы будем обозначать буквой $\tilde{t}$.

Бесконечно малые размеры лаборатории приводят к необходимости *аналитического продолжения* евклидова пространства до бесконечного – *касательного евклидова пространства*, частью которого является пространство лаборатории. Необходимость в нем возникает, например, при поиске оси вращения, которая может лежать вне лаборатории. Поэтому вне зависимости от структуры пространства снаружи лаборатории описание движений внутри лаборатории можно вести на языке бесконечного евклидова пространства.

Евклидово пространство обладает шестипараметрической группой движений: три сдвига и три вращения. В соответствии с этой группой в лаборатории могут наблюдаться *неинерциальные элементы*:

поле вращения $\vec{\Omega}$ вокруг некоторой оси;

поле ускорения $\vec{g}$ вдоль некоторого направления.

Параллельный перенос оси вращения приводит к дополнительному ускорению, перпендикулярному оси, так что выбором положения оси вращения составляющую ускорения, ортогональную оси вращения, вообще можно уничтожить и остаются неуничтожимыми вращение вокруг некоторой оси и ускорение вдоль направления этой оси.

Порядок бесконечной малости лаборатории определяется не только евклидовостью пространства внутри нее, но и *однородностью* полей ускорения и вращения.

В лаборатории могут двигаться как отдельные малые (по сравнению с размерами лаборатории) тела, так и сравнимые с ней по размерам другие (бесконечно малые) лаборатории.

Вследствие бесконечно малых размеров *первичному* рассмотрению подлежат лишь *бесконечно малые скорости*. По этой же причине приращения скоростей за счет полей вращения и ускорения также бесконечно малы.

Поля вращения и ускорения внутри лаборатории, связанные с динамикой во времени, несмотря на изотропию евклидова пространства, приводят к анизотропии процессов, в частности, движений, и экспериментально обнаружимы.

Поле вращения определяется направлением оси вращения и угловой скоростью. В бесконечно малой системе оно однородно и определяется для данной лаборатории единым вектором $\vec{\Omega}$.

Поле вращения создает *кориолисово ускорение* $\vec{w}_K = 2\,[\vec{\Omega} \times \vec{v}]$, ортогональное полю вращения и скорости, и *центробежное ускорение* $\vec{w}_c = [\vec{\Omega} \times [\vec{\Omega} \times (\vec{r} - \vec{r}_0)]]$. На оси, проходящей через точку $\vec{r}_0$ параллельно $\vec{\Omega}$, центробежное ускорение отсутствует (ось вращения). Точка $\vec{r}_0$ может лежать где-то в касательном пространстве и за пределами лаборатории. Поле центробежного ускорения линейно растет в зависимости от расстояния до оси вращения.

Переменное во времени поле вращения создает также линейное по координатам поле ускорения $\vec{w}_m = [\dot{\vec{\Omega}} \times (\vec{r} - \vec{r}_0)]$, которое ортогонально вектору $\vec{r} - \vec{r}_0$.

Внутри первичной (бесконечно малой) лаборатории могут двигаться другие лаборатории. Их движение относительно исходной лаборатории может быть как равномерным прямолинейным (скорости – бесконечно малые), так и ускоренным и вращательным. В аналитической механике хорошо изучены теоремы сложения движений и вращений (см., например, [16]). Они, как правило, применяются к описанию движения твердого тела, но также применимы для описания полей вращения и ускорения внутри движущихся лабораторий.

Если некоторая лаборатория внутри данной вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$, то поле вращения внутри нее определяется векторной разностью

$$\vec{\Omega}' = \vec{\Omega} - \vec{\omega}. \tag{3.11}$$

В частности, если $\vec{\omega} = \vec{\Omega}$, то поле вращения в движущейся системе отсутствует. Такая система называется *локальной системой без вращения.* В системе без вращения может существовать *поле ускорения*, однородное вследствие бесконечной малости размеров системы и описываемое единым для всей лаборатории вектором $\vec{g}$. Если внутри невращающейся системы движется без вращения, но с ускорением $\vec{a}$ другая лаборатория, то поле ускорения в ней

$$\vec{g}\,' = \vec{g} - \vec{a}. \tag{3.12}$$

В частности, если $\vec{a} = \vec{g}$, то в последней системе отсутствует и поле ускорения (и поле вращения). Такая система называется *локально инерциальной.* Системы, движущиеся относительно нее без вращения и ускорения (равномерно и прямолинейно), не содержат неинерциальных элементов и также являются локально инерциальными системами.

К неинерциальным эффектам, видимо, следует отнести и рассмотренное в конце предыдущего параграфа однородное расширение.

В подавляющем большинстве случаев физические лаборатории, в которых проводятся эксперименты (изучение эффекта Комптона, сверхпроводимости, выращивание кристаллов), являются неинерциальными – поле тяготения создает поле ускорения. За счет вращения Земли – возникает поле вращения. Во вращающемся вокруг Земли искусственном спутнике может присутствовать поле вращения как за счет его собственного вращения, так и за счет *прецессии Де Ситтера* и поля Лензе-Тирринга-Керра вращающейся Земли (см. [15]). Наконец, глобальное изменение масштаба Мира (см. далее) создает изменение масштаба и в каждой лаборатории. С экспериментальной точки зрения для большинства изучаемых процессов эти неинерциальные эффекты приводят к малым или даже бесконечно малым поправкам. С теоретической же точки зрения они выделяют данную неинерциальную лабораторию.

Время во всех движущихся (с бесконечно малыми скоростями) лабораториях едино – это *местное время* $\bar{t}$ первичной лаборатории. Пространство в них также евклидово, так как однородные сдвиги и повороты не меняют метрики евклидова пространства, хотя нужно иметь в виду, что все это относится к бесконечно малым областям.

Глава 4

Теория глобального времени

В предыдущих главах мы выяснили, что

- Множество глобальных инерциальных систем возможно лишь при евклидовости пространства.
- Пространство может иметь геометрию, отличную от евклидовой, иметь общую риманову структуру.
- Кривизна пространства однозначно фиксирует глобальную инерциальную систему.
- Трехмерное пространство описывается шестикомпонентным метрическим тензором.
- В неинерциальной системе имеется трехкомпонентное поле скоростей.
- Описание процессов в неинерциальной системе требует использования инвариантной производной тензоров по времени.

Теперь осталось допустить, что эта риманова структура пространства может меняться во времени, и постараться отыскать законы динамики пространства.

4.1. Время и пространство

Теория глобального времени (ТГВ) [15, 17] исходит из следующей концепции пространства и времени:

Пространство является материальным носителем геометрических свойств. Оно трехмерно и имеет риманову структуру.

Глобальное время — это собственное время пространства, единое для всех его точек. Оно всюду и всегда течет одинаково равномерно, само являясь мерой равномерности.

Пространство является *носителем геометрических свойств*, потому что геометрические свойства определяются метрическим тензором, шесть компонент которого являются главными полевыми переменными пространства.

Тела движутся в пространстве, динамика полей (например, электромагнитного) совершается в пространстве. Для каждой движущейся точки определена *абсолютная скорость* относительно пространства.

Относительно пространства существует абсолютное движение, или, наоборот, в некоторой системе координат существует поле скоростей пространства. Таким образом, динамика пространства описывается шестью компонентами поля метрического тензора $\gamma_{ij}(x,t)$, определяющего его геометрические свойства в заданный момент времени, и тремя компонентами поля абсолютных скоростей $V^i(x,t)$, определяющими, как каждая точка пространства в каждый данный момент движется относительно выбранной системы координат.

Пространство является *материальным* носителем геометрических свойств, потому что уравнения динамики метрического тензора и поле скоростей получаются из лагранжевых уравнений и наряду с другими полями (например, электромагнитным) определяют энергию.

Нить развития теории глобального времени идет от ньютоновой концепции пространства и времени. Время абсолютно. Однако уже упоминавшееся поучение Ньютона "*Абсолютное пространство* по самой своей сущности безотносительно к чему бы то ни было внешнему остается всегда одинаковым и неподвижным..." переходит из разряда положений, временно принятых как истинные, в разряд пересматриваемых.

Идеи Лобачевского, Римана, Клиффорда были направлены на изучение возможности пространства иметь геометрические свойства, отличные от евклидовых. Если Лобачевский и Риман допускали в реальном, физическом мире только постоянную кривизну (хотя Риман заложил математические основы геометрии пространства более общего вида), то Клиффорд обсуждает проблемы пространства как трехмерного риманова многообразия с переменной кривизной, переменной не только на самом пространстве, но и во времени.

Первый шаг – допущение кривизны пространства – сразу приводит к снятию *проблемы классического релятивизма*: говорить о равномерном и прямолинейном движении искривленных пространств общего вида и тем более их равноправии становится бессмысленным. Пространство становится единым, уникальным. Относительно него существует *абсолютное движение*, в пространстве неинерциального наблюдателя существует *поле абсолютных скоростей* — скоростей относительно инерциальной системы, которая жестко связана с точками пространства. Пространство абсолютно — но не в смысле своей неизменности, а в смысле единственности, уникальности.

Если Вы (как пассажир) едете по гладкой асфальтовой дороге, Вы не чувствуете движения. Закрыв глаза, Вы не знаете, стоит ли автомобиль, едет ли он быстро или медленно. По Вашим ощущениям движение с любой скоростью эквивалентно покою.

Но если Вы едете по обычной российской дороге, состояние покоя существенно отличается от состояния движения. Гладкая асфальтированная дорога является евклидовой плоскостью, а тензор Римана-Кристоффеля обычной российской дороги существенно отличен от нуля.

При этом бесконечно малая область любого риманова пространства (в том числе и дороги) является евклидовой и в области бесконечно малого существует множество равноправных инерциальных систем.

Второй шаг — это допущение переменности метрики пространства во времени. Сделав этот шаг, мы вынуждены относиться к метрике пространства как к обычному полю, например, электромагнитному. Раз метрика меняется со временем, значит, должны быть уравнения, определяющие динамику метрики.

4.2. Уравнения динамики

Отыскание уравнений динамики пространства, усложненных возможностью движения координатной системы относительно абсолютных точек пространства, описываемых полем *абсолютных скоростей* $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$, является основной задачей *теории глобального времени.* Эти уравнения должны следовать из принципа наименьшего действия и поэтому приводить к сохраняющемуся во времени гамильтониану. Затем нужно построить решения найденных уравнений и изучить их наблюдаемые следствия.

Уравнения динамики, как и в случае других полей (электромагнитного, скалярного, спинорного), определяется из *минимальности действия*, представляемого как интеграл по времени от *функции Лагранжа* L. Последняя представляется как разность кинетической и потенциальной энергий.

Подробные математические выводы даны в [15]. Здесь мы проведем лишь общую канву.

Кинетическая энергия, как правило, квадратична по скоростям изменения полей, в случае пространства – скорости изменения метрики, которая при наличии поля скоростей должна выражаться через инвариантную производную по времени от метрического тензора

$$D_t\,\gamma_{ij} = \dot{\gamma}_{ij} + V_{i;j} + V_{j;i}. \tag{4.1}$$

Она определяет тензор скоростей деформации пространства:

$$\mu_{ij} = \frac{1}{2\,c} D_t\,\gamma_{ij} = \frac{1}{2\,c}(\dot{\gamma}_{ij} + V_{i;j} + V_{j;i}). \tag{4.2}$$

(c – скорость света). Поле абсолютных скоростей V^i входит в действие пространства только через этот тензор.

Потенциальная энергия выражается в фиксированный момент времени через пространственные производные метрического тензора, которые представляются скалярной кривизной R.

Лагранжиан представляется интегралом по объему пространства с инвариантной мерой $\sqrt{\gamma}\,d_3x$:

$$L = \frac{c^4}{16\,\pi\,k}\int(\mu^i_j\,\mu^j_i - (\mu^j_j)^2 + R)\sqrt{\gamma}\,d_3\,x. \tag{4.3}$$

Здесь R – скалярная кривизна трехмерного пространства.

Варьируя действие по шести компонентам пространственной метрики, введя импульсы $\pi^i_j = (\mu^i_j - \delta^i_j\,\mu^s_s)\,\sqrt{\gamma}/2$, получим шесть уравнений динамики

$$\frac{\partial\pi^i_j}{\partial t} = -\partial_s(V^s\,\pi^i_j) + V^i{}_{,s}\;\pi^s_j - V^s{}_{,j}\;\pi^i_s + \tag{4.4}$$

$$+\delta^i_j\,\frac{\sqrt{\gamma}}{4}(\mu^k_l\mu^l_k - \mu^k_k\mu^l_l) - \frac{\sqrt{\gamma}}{2}\,G^i_j + \frac{8\pi\,k}{c^4}\,\sqrt{\gamma}\,Q^i_j.$$

G^i_j – тензор Эйнштейна пространства (трехмерного), а Q^i_j – внешний ток, получающийся вариацией действия прочей (вложенной) материи по метрическому тензору пространства – *внешний тензорный ток.*

В космологии, как правило, описание ведется из *глобальной инерциальной системы* ($V^i = 0$) и уравнения (в отсутствии источников) выглядят проще:

$$\mu_{ij} = \frac{\dot{\gamma}_{ij}}{2\,c}; \quad \frac{\partial \pi^i_j}{\partial t} = \delta^i_j \, \frac{\sqrt{\gamma}}{4} (\mu^k_l \mu^l_k - \mu^k_k \mu^l_l) - \frac{\sqrt{\gamma}}{2}\, G^i_j. \tag{4.5}$$

Вариация по трем компонентам поля абсолютных скоростей V^i дает три уравнения связи:

$$\nabla_i \, \pi^i_j = \partial_i \, \pi^i_j - \Gamma^i_{jk} \, \pi^k_i = 0. \tag{4.6}$$

Эти уравнения линейны по скоростям V^i.

4.3. Гамильтониан

Гамильтониан стандартным путем получается из лагранжиана:

$$H = \frac{c^4}{8\pi\, k} \int \pi^{ij} \, \dot{\gamma}_{ij} d_3 x - L =$$

$$= \frac{c^4}{16\,\pi\, k} \int (\mu^i_j \, \mu^j_i - (\mu^j_j)^2 - R) \sqrt{\gamma} \, d_3 \, x. \tag{4.7}$$

Важной его особенностью является знаконеопределенность – плотность энергии может быть как положительной, так и отрицательной.

Если наложить еще одно (десятое) условие – равенство нулю плотности энергии, то эти (уже десять) уравнений совпадают с десятью уравнениями Эйнштейна Общей теории относительности (ОТО) (см. далее). Таким образом, решения ОТО содержатся среди решений ТГВ, но, кроме них, имеется и множество других решений с ненулевой плотностью энергии.

Основной динамической переменной в ТГВ является шестикомпонентный метрический тензор трехмерного пространства. В нем можно выделить конформный множитель, а остальные компоненты определяют анизотропию пространства. Именно конформная компонента дает отрицательный вклад в кинетическую энергию.

Однако, возникает вопрос: почему бы всем объектам с положительной энергией (гравитационные, электромагнитные волны и пр.) не “свалиться” в моды с отрицательной энергией?

Чтобы ответить на этот вопрос, мы рассмотрим в рамках ТГВ исключительно важную и достаточно простую космологическую модель – динамику конформно-плоского мира.

4.4. Конформная динамика

Каждая теория имеет свою “визитную карточку”. В динамике Ньютона визитной карточкой является задача Кеплера: движение планеты в поле тяжести, изложенная в “Математических началах натуральной философии”. В электродинамике Максвелла – электромагнитные волны, в квантовой механике – атом водорода, в общей теории относительности – решение Шварцшильда и фридмановская динамика.

Визитной карточкой Теории глобального времени являются *конформная динамика* и *космические вихри*, хотя, как уже говорилось, в ней содержатся и почти все решения ОТО.

В космической динамике, где, как полагают, всего около четырех процентов энергии связано с веществом, определяющим источники в уравнениях динамики пространства, изучение задач чистой динамики пространства без вещества может привести к решениям, достаточно близко моделирующим динамику Мира.

Конформно плоская метрика определяется одной функцией от координат, зависящей также от времени:

$$dl^2 = e^{2\,u(t,x,y,z)}\,(dx^2 + dy^2 + dz^2). \tag{4.8}$$

Три уравнения связей (4.6) для этой метрики

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\frac{\partial u}{\partial x^i} = 0 \tag{4.9}$$

приводят к отделению временнóй части от пространственной:

$$u(t,x,y,z) = v(t) + w(x,y,z). \tag{4.10}$$

Шесть динамических уравнений (точкой в этом параграфе обозначаем дифференцирование по $c\,t$)

$$(2\,\ddot{u} + 3\,\dot{u}^2)\,\delta^i_j = (2\,\ddot{v} + 3\,\dot{v}^2)\,\delta^i_j = G^i_j \tag{4.11}$$

приводят не только к требованию постоянства (по координатам) скалярной кривизны, но и однородности пространства в целом. В уравнениях (4.11) G^i_j – тензор Эйнштейна трехмерного пространства и выражение его через независящую от координат константу (хотя и зависящую от времени) определяет, что это есть однородное и изотропное пространство.

Вакуумная конформная динамика приводит к однородности пространства.

Если, например, при построении моделей фридмановского типа в ОТО (см. далее) пространство *выбиралось* однородным для простоты решения, то в конформной динамике пространство *оказывается* однородным вследствие динамических уравнений. Исходной являлась задача теории поля с функцией u, зависящей как от времени, так и от координат. В результате решения задачи зависимость от координат осталась специфической, определяющей однородное изотропное пространство.

Метрика однородного пространства может быть представлена в виде (2.16). Свернем (4.11) по индексам i и j и учтем выражение для скалярной кривизны изотропного пространства (2.17), а также, что $\delta^i_i = 3, \quad G^i_i = -R/2 = -3\,\kappa/r^2$, где множитель κ определяет три возможных вида трехмерного пространства.

Функция v определяет радиус r: $r = e^{v(t)}$. Теперь уравнение (4.11) преобразуется к виду

$$2\,r\,\ddot{r} + \dot{r}^2 + \kappa = 0.$$

Его первый интеграл:

$$r\,(\dot{r}^2 + \kappa) = A. \tag{4.12}$$

Важную физическую роль играет энергия пространства. Энергия (в единичном безразмерном объеме $\Delta V = \Delta x\,\Delta y\,\Delta z = 1$) определяется выражением (4.7), для данного решения, для которого $\mu^i_j = \dot{r}/r\,\delta^i_j,\ R = 6\,\kappa/r^2$, определяется константой A:

$$\varepsilon\,\sqrt{\gamma}\,\left(\Delta V|_{=1}\right) = -\frac{6\,c^4}{16\,\pi\,k}\,r\,(\dot{r}^2 + \kappa) = -\frac{3\,c^4\,A}{8\,\pi\,k}. \tag{4.13}$$

Знак ее противоположен знаку константы интегрирования A.

Для трехмерной сферы ($\kappa = 1$) константа A положительна и определяет максимальный радиус (при $\dot{r} = 0$). При этом радиус зависит от времени по *циклоиде*, уравнение которой довольно просто выглядит в параметрическом виде с некоторым параметром φ:

$$r = \frac{A}{2}\,(1 - \cos\varphi); \quad t = \frac{A}{2\,c}\,(\varphi - \sin\varphi).$$

Так как объем трехмерной сферы единичного радиуса конечен и равен $2\,\pi^2$, полная энергия такого решения отрицательна и равна

$$E = -\frac{3}{4}\,\pi\,\frac{A\,c^2}{k}. \tag{4.14}$$

Случай $\kappa = 0$ интегрируется совсем просто (константа интегрирования A также должна быть положительна):

$$4\,r^3 = 9\,A\,t^2. \tag{4.15}$$

Так как пространство бесконечно, то и полная энергия бесконечна и отрицательна.

В пространстве Лобачевского ($\kappa = -1$) возможны решения как с положительным значением A, так и с отрицательным, и с нулевым.

В случае положительного A решение описывается псевдоциклоидой, радиус с течением времени меняется от нуля до бесконечности:

$$r = \frac{A}{2}\,(\operatorname{ch}\chi - 1); \quad t = \frac{A}{2\,c}(\operatorname{sh}\chi - \chi).$$

Плотность энергии такого решения отрицательна, а полная энергия бесконечна, так как объем пространства Лобачевского единичного масштаба бесконечен.

Интересным является решение с нулевой константой интегрирования A и поэтому с нулевой плотностью энергии:

$$r(\dot r^2 - 1) = 0; \quad r = \pm\,c\,t. \tag{4.16}$$

Масштаб Мира в этом решении равномерно расширяется с течением времени.

При отрицательной константе $A = -K$ плотность энергии положительна, а решение дифференциального уравнения $r(1 - \dot r^2) = K$ также находится в параметрическом виде

$$r = \frac{K}{2}\,(\operatorname{ch}\chi + 1); \quad t = \frac{K}{2\,c}\,(\operatorname{sh}\chi + \chi). \tag{4.17}$$

Оно не имеет сингулярности: масштаб Мира уменьшается от бесконечности (при $t = -\infty$) до K (при $t = 0$) и затем опять возрастает до бесконечности.

Из соотношения (4.12) можно увидеть зависимость от масштаба скорости расширения Мира:

$$\dot r^2 = \frac{A}{r} - \kappa. \tag{4.18}$$

Во всех решениях с положительной константой A эта величина уменьшается с ростом радиуса. Лишь при отрицательном ее значении (при отрицательном κ) с ростом радиуса скорость расширения Мира увеличивается. Плотность энергии в этом решении положительна.

В рассмотренной задаче не возникает проблемы "критической плотности" – полученные решения – это решения для вакуума, они описывают динамику пространства без какой-либо другой материи.

Наличие мод с положительной энергией и неоднородные источники в виде звезд и галактик слегка искажают картину чисто конформной динамики. За счет них возникает некоторая пространственная неоднородность конформного множителя.

Рассмотренная модель дает ответ на ряд существенно важных вопросов:

- Если какие-то материальные объекты передают свою энергию или часть ее конформной моде, это приводит к возрастанию однородности пространства.

- Так как конформная мода однородна *во всем пространстве в целом*, то коэффициенты связи различных *локальных* материальных образований (пакет электромагнитных волн, например) с конформной модой, определяющие переход энергии в конформную моду, ничтожно малы и, несмотря на наличие моды с отрицательной энергией, Мир с положительной энергией развивается почти независимо от этой моды.

Однородное расширение Мира связано с динамическими свойствами самого пространства и не нуждается в гипотетической "темной энергии".

4.5. Космические вихри

В предыдущей задаче существенной переменной являлся масштаб метрики. Поле скоростей равнялось нулю – описание велось из собственной, инерциальной системы координат. В задаче о космических вихрях основной динамической переменной оказывается поле скоростей.

Метрика стационарна, осесимметрична и её можно привести к виду:

$$dl^2 = e^{w(r,\vartheta)}\,(dr^2 + r^2\,d\vartheta^2) + r^2\,\sin^2\vartheta\,d\varphi^2. \tag{4.19}$$

Поле абсолютных скоростей, также зависящее от r и ϑ, – поле вращения $V^\varphi = \Omega(r, \vartheta)$.

Кинетическая энергия

$$T = \frac{c^2}{32\pi k} \int r^4 \left(\Omega,_r^2 + \frac{1}{r^2} \, \Omega,_\vartheta^2 \right) \sin^3 \vartheta \, d\vartheta \, dr \tag{4.20}$$

определяется только вихревым полем Ω и не зависит от метрической функции w.

Так как вихревое поле входит только в кинетическую энергию, то уравнение для него – это вариационное уравнение с функционалом (4.20):

$$\Omega,_{rr} + \frac{4}{r} \, \Omega,_r + \frac{1}{r^2} \, (\Omega,_{\vartheta\vartheta} + 3 \operatorname{ctg} \vartheta \, \Omega,_\vartheta) = 0. \tag{4.21}$$

Замечательно, что это линейное дифференциальное уравнение второго порядка не зависит от метрической функции $w(r, \vartheta)$, которое, наоборот, определяется полем Ω:

$$w,_r = \frac{r}{2\,c^2} \left(\Omega,_\vartheta^2 - r^2 \, \Omega,_r^2 - 2 \operatorname{ctg} \vartheta \, r \, \Omega,_r \, \Omega,_\vartheta \right) \sin^4 \vartheta;$$

$$w,_\vartheta = \frac{r^2}{2\,c^2} \left(\operatorname{ctg} \vartheta \left(r^2 \, \Omega,_r^2 - \Omega,_\vartheta^2 \right) - 2r \, \Omega,_r \, \Omega,_\vartheta \right) \sin^4 \vartheta. \tag{4.22}$$

При выполнении этих соотношений, а также уравнения (4.21) на Ω все уравнения динамики и связи удовлетворяются.

Плотность энергии теперь выражается только через производные от Ω:

$$\varepsilon \sqrt{\gamma} = \frac{r^2 \, c^4}{8\pi k} \, (r^2 \, \Omega,_r^2 + \Omega,_\vartheta^2) \sin^3 \vartheta. \tag{4.23}$$

Несмотря на то, что в целом задача является нелинейной, первая (главная) задача – нахождение вихревого поля $\Omega(r, \vartheta)$ – является линейной и для нее выполняется принцип суперпозиции. То есть любое поле Ω может быть представлено как суперпозиция некоторых базовых решений. Уравнения (4.22) для нахождения поля $w(r, \vartheta)$ квадратичны по производным поля Ω, и решение в целом не является суперпозицией частных решений.

Дифференциальное уравнение (4.21) однородно по радиусу r, поэтому его частные решения можно искать в виде степенного ряда

$$\Omega(r, \vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l \, r^l + \frac{B_l}{r^{l+3}} \right) P_l(\cos \vartheta). \tag{4.24}$$

Дифференциальное уравнение для угловой части (где $x = \cos\vartheta$):

$$(x^2 - 1)P_l'' + 4\,x\,P_l' - l\,(l+3)P_l = 0. \tag{4.25}$$

Его решения при целых l – полиномы Гегенбауэра с $\alpha = 3/2$. В частности, при $l = -3$ (как и при $l = 0$) решением уравнения (4.25) является константа, то есть в целом для уравнения (4.21) имеется *монопольное решение*

$$\Omega_0(r, \vartheta) = \frac{1}{r^3}. \tag{4.26}$$

Именно для этого решения вычислим энергию деформируемого пространства.

4.6. Космические энергии

Для представления о космических энергиях рассмотрим следующую задачу. Шар радиуса R равномерно вращается с угловой скоростью Ω *когерентно*. Это значит, что на поверхности шара скорость вращения совпадает с полем абсолютных скоростей пространства, хотя организовать именно когерентное вращение очень непросто: ничто не мешает шару проворачиваться в пространстве, оставляя его практически невозмущенным. Но мы говорим не о механизме возбуждения такого решения, а, положив, что оно уже существует, определим его энергию. Вне шара поле угловых скоростей определяется монопольным решением

$$\omega(r) = \Omega\,\frac{R^3}{r^3}. \tag{4.27}$$

Плотность энергии вне шара пропорциональна $\varepsilon \sim 9\,\Omega^2\,R^6\,\sin^2\theta/r^6$, а полная энергия пространства вне шара (уже в размерном виде):

$$E = \frac{c^4}{16\pi k}\,9\,\Omega^2\,R^6\,2\pi\int_0^\pi \sin^3\vartheta\,d\vartheta\int_R^\infty \frac{r^2\,dr}{r^6} =$$

$$\frac{R^3\,\Omega^2\,c^2}{2\,k} \equiv M\,c^2, \tag{4.28}$$

где за M мы обозначили эквивалентную массу, аннигиляция которой в соответствии с соотношением $E = m\,c^2$ и приводит к вычисленному значению энергии (это не масса шара):

$$M = \frac{E}{c^2} = \frac{R^3\,\Omega^2}{2\,k}. \tag{4.29}$$

Возьмем, например, шар диаметром 20 см. ($R = 0.1$м), делающий 1 оборот в секунду ($\Omega = 2\,\pi\,c^{-1}$). Получим $M = 300\,000\,000$ кг. Для вовлечения пространства вне шара в когерентное с ним вращение нужно затратить энергию, выделяемую при аннигиляции 300 тысяч тонн вещества. Поэтому лабораторные эксперименты с вихрями в пространстве представляются не очень реальными.

Этот же пример разъясняет, почему наше пространство с высокой степенью точности евклидово: в выражении для энергии перед кривизной пространства стоит громадный численный множитель $c^4/(16\,\pi\,k)$. Это говорит о том, что малейшие отклонения от евклидова пространства требуют громадных затрат энергии.

Наше пространство (почти) евклидово не из-за красоты и изящества евклидовой геометрии, а вследствие того, что такое пространство имеет минимальную энергию.

Уравнения движения материальной точки приводят и к тривиальному решению: скорость тела равна вектору абсолютной скорости, или по-просту тело покоится относительно пространства (первый закон Ньютона), а для удаленного наблюдателя, например, это тело в вихревом поле представляется увлекаемым вихрями пространства. Поэтому динамика спиральных галактик определяется не "гигантскими черными дырами" в их центре, а вихрями в пространстве, визуализируемыми звездами, лишь слегка искажающими структуру вихря.

4.7. "Поле Бьерна"

Динамика пространства никак не связана с релятивистскими эффектами, определяющими динамику точечных объектов при скоростях, близких к скорости света (см. след. главу). Чтобы проследить "нерелятивистский путь" создания теории гравитации на основе динамики пространства, была создана "легенда о Бьерне" [18, 15], в которой теория создавалась в 1891-1909 годах норвежским школьным учителем Нильсом Бьерном. Поняв, что внутри летящего в поле тяготения мяча реализована *локальная инерциальная система*, он строит *глобальную инерциальную систему*, реализуемую множеством таких мячей, летящих по радиусу к тяготеющей массе (Солнцу, Земле) из бесконечности, где они покоились, и достигнув некоторого расстояния r от центра массы в соответствии с законом сохранения энергии в классической механике, обретают радиальную скорость

$$V^2(r) = \frac{2\,k\,M}{r}. \tag{4.30}$$

Пространство в первых работах Бьерна полагалось плоским, евклидовым, и нетривиальным было только поле скоростей, определяющее, что покоящаяся система, из которой ведется описание, не является инерциальной.

Уравнения динамики пространства (4.4, 4.6) плоским пространством и полем скоростей (4.30) в вакууме полностью удовлетворяются. Это есть одно из главных *решений* теории глобального времени.

В общем случае поле скоростей связано с классическим гравитационным потенциалом $\phi(\vec{r})$ соотношением

$$\frac{\vec{V}^2(\vec{r})}{2} + \phi(\vec{r}) = 0. \tag{4.31}$$

Как движутся в этом поле малые тела? С точки зрения ТГВ, лагранжиан частицы, летящая в поле тяготения со скоростью $\vec{v}$ относительно неинерциальной системы с полем скоростей $\vec{V}(\vec{r})$ относительно пространства движется со скоростью $\vec{v} - \vec{V}(\vec{r})$ и определяет лагранжиан, содержащий только кинетическую часть:

$$L = \frac{m\,(\vec{v} - \vec{V}(\vec{r}))^2}{2},$$

из которого по правилам механики следует выражение для энаргии:

$$E = \vec{v}\,\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} - L = \frac{m\,\vec{v}^2}{2} - \frac{m\,\vec{V}^2(\vec{r})}{2} = \frac{m\,\vec{v}^2}{2} + m\,\phi(\vec{r}),$$

что совпадает с выражением для полной энергии (кинетическая плюс потенциальная) в классической механике. Так как движение в классической динамике полностью определяется этой зависимостью, то и описание динамики полем абсолютных скоростей полностью эквивалентно классическому описанию гравитационным потенциалом вследствие соотношения (4.31).

В частности, "поле Бьерна" (4.30) приводит к движению тела вокруг большой массы по окружностям, эллипсам (при отрицательной энергии), по параболе при нулевой энергии и гиперболе при положительной энергии. В этом последнем случае тело приходит из бесконечности со скоростью v_∞ по асимптоте гиперболы и уходит опять на бесконеность по другой асимптоте. Эта задача решается точно и рассмотрена во всех учебниках по классической механике. Угол β отклонения асимптот от прямого определяется параметром $\alpha = k\,M/(l\,v_\infty)$, имеющим размерность скорости (l – “прицельный параметр”– расстояние центра тяготеющей массы до асимптоты):

$$\operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \frac{\alpha}{v_\infty} = \frac{k\,M}{l\,v_\infty^2}. \tag{4.32}$$

В конце XVIII века Лаплас высказал идею, что лучи света, представляющего, по его понятиям, поток частиц, летящих со скоростью света c, должны искривляться при прохождении вблизи, например, Солнца. Наибольший угол будет при наименьшем l, равным радиусу Солнца R. В 1801 году Золднер рассчитал величину этого эффекта по теории Ньютона [19]. В выражение (4.32) нужно подставить $v_\infty = c$ (скорость света) и так как $\frac{k\,M}{R\,c^2} \ll 1$, угол будет очень мал и в этом выражении можно тангенс заменить его аргументом:

$$\beta = \frac{2\,k\,M}{R\,c^2}. \tag{4.33}$$

Однако Бьерн рассчитывает угол отклонения в соответствии с недавно введенным в науку *уравнением эйконала* для фазы электромагнитной волны:

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 - (\nabla\psi)^2 = 0.$$

Так оно выглядит в инерциальной системе, а в неинерциальной нужно производную по времени заменить на инвариантную:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} \to D_t\,\psi = \frac{\partial\psi}{\partial t} + (\vec{V}(r)\,\vec{\nabla})\psi,$$

откуда при малых углах отклонения получается вдвое большее по сравнению с (4.33) значение

$$\beta = \frac{4\,k\,M}{R\,c^2} \tag{4.34}$$

(см. [18, 15]). Именно близкая к этой величина была замерена во время солнечного затмения 1919 года экспедицией Эддингтона.

Впрочем, расчет этой величины ранее был выполнен А. Эйнштейном на основе созданной им Общей теории относительности (ОТО) (см. далее).

Если же говорить о Теории глобального времени, то, совпадая во многих математических и физических позициях с ОТО, из анализа которой она и выросла, она существенно отличается от своей предшественницы именно *физическим объектом*, являясь динамической теорией физического трехмерного пространства, геометрия которого меняется с течением глобального времени, в отличие от ОТО, которая является лишь набором уравнений и рецептов.

Глава 5

Теория относительности

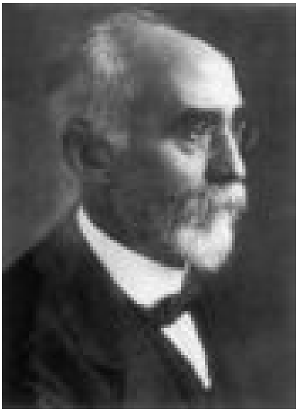
Хотя наше пространство является искривленным, римановым, в доступной наблюдениям достаточно малой области оно в хорошей степени является евклидовым – малая область риманова пространства подчиняется евклидовой геометрии. Ведь долгое время, пока люди имели дело с расстояниями много меньшими радиуса Земли, они полагали, что Земля плоская. Поэтому, пока речь идет о не очень больших размерах, пространство можно полагать плоским. При этом в Ньютоновой механике возник *парадокс Али-Бабы*: из-за равноправия уравнений динамики Ньютона во всех равномерно и прямолинейно движущихся друг относительно друга евклидовых пространствах абсолютное пространство затерялось, стало неразличимо. Пространств стало бесконечно много. Но время было едино, время было абсолютным.

Специальная теория относительности (СТО) распространила этот парадокс и на время. Ее важнейшим открытием является открытие того факта, что у движущегося наблюдателя физические процессы протекают в собственном времени, отличном от времени лабораторной системы. Времен, как и пространств, стало бесконечно много.

По теории относительности написано множество популярных и глубоко научных книг, поэтому здесь мы акцентируем внимание лишь на тех явлениях СТО, которые выявляют особенности течения времени наблюдателей, движущихся как инерциально, так и с ускорением, чтобы понять – действительно ли теория относительности *запретила* глобальное время.

5.1. Преобразования Лоренца

В процессе создания теории относительности важную роль сыграл эксперимент Майкельсона (Альберт Майкельсон, 1852- 1931), в котором он пытался определить *абсолютное движение Земли.* Мы не будем здесь описывать эксперимент в деталях – он многократно изложен в литературе, посвященной теории относительности. Важно, что Майкельсон этого движения не обнаружил, хотя Земля движется вокруг Солнца с линейной скоростью около 30 км/с, что составляет 10^{-4} от скорости света.



Гендрик Антоон Лоренц (1853-1928), чтобы объяснить отрицательный результат эксперимента Майкельсона, предположил в 1893 году, что размеры тела, движущегося со скоростью V, в направлении движения сокращаются в $\sqrt{1 - V^2/c^2}$ раз. Для объяснения эксперимента Майкельсона этой гипотезы оказалось достаточно. Однако еще ряд электромагнитных экспериментов, призванных замерить абсолютное движение Земли, также дали отрицательный результат – как будто Земля неподвижна.

Анри Пуанкаре в 1900-м году выдвигает мысль, что природа устроена так, что абсолютного движения в принципе нельзя обнаружить.

Поэтому Лоренц ставит задачу – не только найти изменения координат, объясняющие частный электромагнитный процесс – распространение света в эксперименте Майкельсона, – но и значительно более широкую: найти преобразования к движущейся системе, при которых уравнения Максвелла остаются неизменными. Если в движущейся системе уравнения электродинамики остаются такими же, как и в неподвижной, то никакие электромагнитные эффекты, вроде бы связанные с движением системы, не могут быть обнаружены. В 1904 году Лоренц пишет работу, в которой показывает, что для решения этой задачи нужно еще в движущейся системе преобразовывать не только координаты, но и время, ввел понятие времени движущегося наблюдателя – *местное время* [20]. Эти преобразования Пуанкаре назвал *преобразованиями Лоренца.*

В 1905 году молодой тогда Альберт Эйнштейн (1879 – 1955) показывает, что проблема не в уравнениях Максвелла, а в свойствах пространства и времени в (локальных) системах наблюдателей, движущихся друг относительно друга. Вместо сложных вычислений Лоренца с уравнениями Максвелла он увидел центральный результат, который содержится в преобразованиях Лоренца: постоянство скорости света в движущихся системах и необходимость преобразования времени для обеспечения этого постоянства. Свет в движущейся системе движется с такой же скоростью – универсальной скоростью c – как и в неподвижной в любом направлении. Тогда не нужно никаких вычислений для объяснения отрицательного эксперимента Майкельсона: времена прохождения светом различных путей в различных направлениях в точности такие же, как в неподвижной системе.

В классической механике, если какое-то движение в системе, движущейся относительно некоторой базовой системы со скоростью V, происходит в том же направлении со скоростью u', то относительно самой базовой системы оно происходит со скоростью $u = u' + V$. Этот результат с неизбежностью получается, если время в обеих системах одно и то же. Используя идею Лоренца о преобразования и времени, Эйнштейн довольно просто получает преобразования Лоренца.

Координаты в движущейся системе будем обозначать штрихом. Преобразования дифференциалов координат и времени линейны. Преобразование координаты x (вдоль направления движения)

$$dx' = dx - V\,dt.$$

Неподвижная относительно движущейся системы точка $dx' = 0$ движется в базовой системе со скоростью V. Чтобы модифицировать закон сложения скоростей до сохранения постоянства скорости света, Эйнштейн пользуется идеей Лоренца о преобразования времени (в области бесконечно малых величин все преобразования линейны):

$$dt' = dt - \beta\, dx.$$

При таких преобразованиях для движения относительно базовой системы со скоростью $u = dx/dt$ скорость этого движения относительно движущейся системы будет

$$u' = \frac{d\,x'}{d\,t'} = \frac{u - V}{1 - \beta\, u}.$$

Задача: получить $u' = c$ при $u = c$, используя введенный неопределенный параметр β:

$$c = \frac{c - V}{1 - \beta\, c}.$$

Отсюда вычисляется $\beta = V/c^2$ и формула сложения (точнее, в данном случае – вычитания) скоростей принимает вид:

$$u' = \frac{u - V}{1 - \frac{u\,V}{c^2}}. \tag{5.1}$$

При скоростях $V \ll c$ добавкой к единице в знаменателе можно пренебречь – получается классическая формула $u' = u - V$. Если же $u = c$, то и $u' = c$ – скорость света одинакова во всех системах.

Однако при этом неподвижная система остается выделенной, неравноправной по сравнению с движущейся. Запишем преобразования координат и времени в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -V/c^2 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$$

Обратные преобразования от движущейся системы к неподвижной получаются через обратную матрицу, элементы которой в знаменателе содержат детерминант матрицы (обозначим его $1/\gamma^2 = 1 - V^2/c^2$):

$$\begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} = \gamma^2 \begin{pmatrix} 1 & V/c^2 \\ V & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix}$$

Выход очевиден: преобразования симметричны (с естественной заменой V на $-V$), если детерминант матрицы преобразования равен единице, чего можно добиться, умножив преобразование и координаты и времени на $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$, после чего эти преобразования принимают вид:

$$t' = \frac{t - V\,x/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}; \quad x' = \frac{x - V\,t}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}; \quad y' = y; \quad z' = z. \tag{5.2}$$

Сюда добавлены тождественные преобразования координат в направлении, перпендикулярном движению. Это и есть *преобразования Лоренца*. Обратные преобразования

$$t = \frac{t' + V\,x'/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}; \quad x = \frac{x' + V\,t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \tag{5.3}$$

получаются заменой $-V$ на $+V$.

При $V/c \to 0$ преобразования (5.2) переходят в свой асимптотический вид:

$$t' = t; \quad x' = x - V\,t; \quad y' = y; \quad z' = z$$

– *преобразования Галилея.*

5.2. Геометрия Минковского

Исключительную важность преобразований Лоренца сразу оценил А. Пуанкаре [21]. Он показал, что преобразования Лоренца образуют группу, сохраняющую инвариант

$$d\sigma^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + (i\,c\,dt)^2. \tag{5.4}$$

Это элемент длины в четырехмерном евклидовом пространстве, три измерения в котором связаны с пространственными координатами, а четвертое определяется временем, умноженным на скорость света, да еще и на мнимую единицу.

В 1908 году математик Герман Минковский (1864-1909) показал, что преобразования Лоренца описывают геометрию многообразия совершенно нового типа – *псевдоевклидову геометрию.* Он возвел в квадрат мнимую единицу (которую Пуанкаре вставил, чтобы добиться формального равноправия всех четырех координат) и получил *инвариант преобразования Лоренца* (общий знак значения не имеет):

$$ds^2 = (c\,dt)^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \tag{5.5}$$

Введя четвертую (нулевую) координату $x^0 = c\,t$, он привел преобразования Лоренца к простому виду:

$$x^{0\prime} = \gamma(x^0 - \beta\,x^1); \quad x^{1\prime} = \gamma(x^1 - \beta\,x^0), \tag{5.6}$$

где

$$\beta = \frac{V}{c}; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

– безразмерные коэффициенты.

Если ввести гиперболический угол χ такой, что $\operatorname{th}\chi = V/c$, то преобразования Лоренца (5.6) можно выразить через гиперболические функции этого угла:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = \operatorname{ch}\chi; \quad \gamma\,\frac{V}{c} = \operatorname{sh}\chi;$$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\chi & \operatorname{sh}\chi \\ \operatorname{sh}\chi & \operatorname{ch}\chi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \end{pmatrix}. \tag{5.7}$$

Инвариант Минковского можно записать в виде

$$ds^2 = \bar{g}_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta; \quad \alpha,\, \beta = 0 \ldots 3, \tag{5.8}$$

через *метрический тензор Минковского*

$$(\bar{g}_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{5.9}$$

определяющего метрические свойства *пространства Минковского.* Метрика в этих координатах не зависит от координат, вследствие чего и связности, и тензор кривизны равны нулю: пространство Минковского является плоским, хотя и не евклидовым (псевдоевклидовым). Тензорный закон преобразования метрики определяет, что при преобразованиях Лоренца (5.6) с любым параметром V (в системе, движущейся с любой скоростью относительно первоначально избранной инерциальной системы) метрический тензор имеет вид (5.9) – он *инвариантен* относительно преобразований Лоренца.

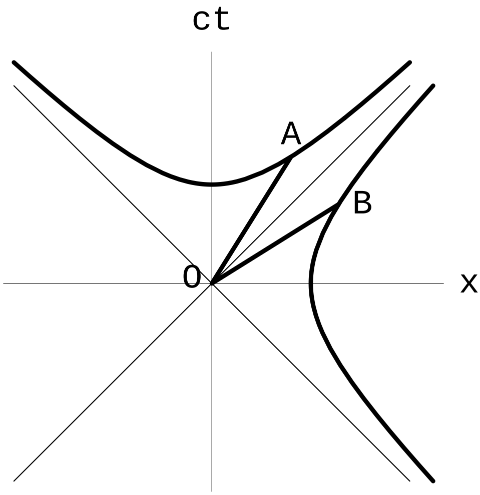
Знаконеопределенность метрики допускает качественно три различных типа интервалов:

1. $ds^2 > 0$ – времениподобные;

2. $ds^2 < 0$ – пространственноподобные;

3. $ds^2 = 0$ – изотропные.

Преобразования Лоренца меняют координаты и время одной и той же *мировой точки* при переходе из одной системы в другую, движущуюся относительно первой со скоростью V. Множество координат одной и той же точки в различных системах, движущихся с различными скоростями (вдоль оси x только) образуют гиперболу (см. рис.) $(ct)^2 - x^2 = (ct_0)^2$ для времениподобного отрезка в пространстве-времени; гиперболу $x^2 - (ct)^2 = x_0^2$ для пространственноподобного отрезка и две прямые, определяющие распространение света $x = \pm ct$ для изотропного отрезка.



Два вектора **a** и **b** *ортогональны*, если их скалярное произведение равно нулю

$$(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = a_0\, b_0 - a_1\, b_1 = 0; \quad \frac{a_1}{a_0} = \frac{b_0}{b_1}. \tag{5.10}$$

Если вектор **a** времениподобен (на рисунке OA), то ортогональный ему вектор **b** – пространственноподобен (OB). Изотропный вектор ортогонален сам себе. Его проекции на оси ct и x одинаковы.

При учете всех трех пространственных координат (включая y и z) рассмотренные выше линии переходят в трехмерные многообразия. Изотропные направления образуют *световой конус*

$$(ct)^2 = x^2 + y^2 + z^2, \tag{5.11}$$

который и делит все качественно различные направления в четырехмерном пространстве:

для времениподобных направлений – двуполостный гиперболоид с полостями внутри верхней и нижней частей светового конуса

$$(ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = (ct_0)^2$$

и для пространственноподобных – однополостный гиперболоид

$$x^2 + y^2 + z^2 - (ct)^2 = l^2,$$

охватывающий световой конус.

Такая структура пространства определяет *принцип причинности*: в различных системах точка B, отделенная от точки O пространственноподобным интервалом, может оказаться по времени как позже точки O, так и раньше ее. Поэтому она *не может причинно воздействовать на события в точке O* (и наоборот). Точка же A при любых преобразованиях Лоренца всегда остается по времени *позже* точки O, поэтому события в точке O могут причинно воздействовать на события в точке A. События в точке O могут причинно воздействовать лишь на верхнюю внутренность светового конуса.

Пространство Минковского изотропно локально, но неизотропно глобально: непрерывные преобразования Лоренца переводят одно пространственно - подобное направление в другое (то же и для времениподобных направлений), но никаким вещественным преобразованием Лоренца нельзя перевести времениподобное направление в пространственноподобное или изотропное.

При отображении двумерного пространства Минковского на двумерное евклидово пространство (лист бумаги) имеются некоторые особенности. Оси ct и x *ортогональны друг другу*. Для движущегося со скоростью V тела его ось времени ct' наклонена к оси ct под углом α, так что $\operatorname{tg}\alpha = V/c$. Пространственная ось x' движущегося тела повернута на тот же угол α к оси x, но в отличие от евклидовой геометрии *навстречу* своей оси времени, так что световой луч OC всегда делит угол между этими осями пополам – в этом и проявляется *инвариантность скорости света*.

Геометрия Минковского во многом подобна евклидовой геометрии, однако знаконеопределенность интервала вносит в геометрию свою специфику. В геометрии Минковского линейные трехмерные многообразия, ортогональные времениподобным векторам, являются трехмерными евклидовыми пространствами. Ортогональные же пространственноподобным векторам образуют трехмерное пространство Минковского, в котором повторяется то же разделение: линейные двумерные многообразия, ортогональные времениподобным векторам, являются двумерными евклидовыми пространствами (плоскостями), а ортогональные пространственноподобным векторам образуют двумерные плоскости Минковского.

Треугольники в пространстве Минковского имеют несколько качественно различных типов:

1. Времениподобные, все стороны которых времениподобные.

2. Пространственноподобные, все стороны которых пространственноподобные.

3. Смешанные, у которых одна сторона (или две) времениподобные и две (или одна) – пространственноподобные.

Первый тип интересен тем, что в нем *теорема о длине стороны треугольника*, в евклидовой геометрии, утверждающая, что длина любой стороны треугольника меньше суммы двух других сторон, утверждает прямо противоположное: *любая сторона такого треугольника длиннее суммы двух других сторон.*

Из варианта этой теоремы для евклидова пространства следует, что прямая линия является кратчайшей среди всех кривых, соединяющих две точки, а в геометрии Минковского следует обратное: времениподобная прямая, соединяющая две точки, является *наидлиннейшей* среди всех времениподобных кривых, соединяющих эти же точки.

Любой движущийся наблюдатель относительно себя неподвижен, поэтому интервал, который у него набегает с точки зрения другого наблюдателя за счет как течения времени, так и перемещения в пространстве, с его точки зрения растет только за счет его *собственного времени* τ:

$$ds = \sqrt{c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = c\,d\tau. \tag{5.12}$$

Теорема о наибольшей длине прямой приводит к *парадоксу близнецов*: если один из близнецов движется по инерции – по времениподобной прямой в пространстве Минковского между двумя мировыми точками, а другой совершает *неинерциальное* движение между этими же точками – движется по кривой в пространстве Минковского, то время, прошедшее у инерциального наблюдателя пройдет больше, чем у неинерциального. Эта теорема чисто кинематическая, даже чисто геометрическая. Она не апеллирует к физическим явлениям, связанным с ускорением у неинерциального наблюдателя, она только геометрически определяет длину прямой и кривой линий (собственное время). Часто при критике парадокса близнецов пытаются их поменять местами, но по условию задачи они явно неравноправны: лишь первый движется по инерции (по времениподобной прямой линии в пространстве - времени), мировая же линия второго – либо ломаная, либо кривая (чтобы они опять смогли встретиться в одной мировой точке), а потому ее инвариант (и собственное время) меньше, чем у первого.

5.3. Относительные пространство и время

Определив понятия абсолютного пространства и абсолютного времени, понимая, что для описания явлений в лабораториях, находящихся на движущейся Земле, может быть, на движущемся относительно нее корабле, Ньютон ввел понятия “относительное пространство” и “относительное время”. Относительное пространство – это часть абсолютного, как-то относительно него движущаяся. Если движение равномерно и прямолинейно (инерциальная *относительная* система), законы движения в ней точно такие же, как и в абсолютном пространстве.

Равноправие инерциальных систем в теории относительности, математически выраженное в геометрии Минковского, привело к формулировке *принципа относительности*: в пространстве - времени нет выделенного направления времени. Все направления внутри светового конуса равноправны.

Однако, когда экспериментатор работает с быстрыми частицами, либо в камере ускорителя, либо регистрируя космические лучи, он оперирует временем в своей (евклидовой) лаборатории (t). Если частица движется по отношению к лаборатории, собственное время частицы τ пересчитывается через интервал (5.12):

$$d\tau = dt\sqrt{1 - \frac{\vec{V}^2}{c^2}}. \tag{5.13}$$

Классическим примером проявления собственного времени является наблюдение в космических лучах π-мезонов, собственное время жизни которых, определенное в ускорителях, около 10^{-8} секунды. Даже, если бы π-мезон двигался со скоростью света ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с) за это время он смог бы пролететь лишь около трех метров, а рождаются они на высоте около 100 километров от поверхности Земли.

По началу даже полагали, что π-мезоны в космических лучах и в ускорителях – разные частицы. Однако учет различия времен, определяемого теорией относительности, ставит все на свои места: 10^{-8} секунды – это собственное время жизни τ, которому при скоростях движения, близких к скорости света, по формуле (5.13) соответствует несравненно большее время лабораторной системы. Эта формула определяет скорость частицы, живущей какое-то большое время $\triangle t$ в лабораторной системе.

Проходя за собственное время $\triangle\tau \approx 10^{-8}$ секунды путь $l \approx 10^5$ м, частица проходит этот путь в лабораторной системе за время

$$(\triangle t)^2 = \triangle\tau^2 + \frac{l^2}{c^2}.$$

При больших разницах времен скорость ее движения чуть меньше скорости света:

$$v = \frac{l}{\triangle t} = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{c\triangle\tau}{l}\right)^2}} \approx c\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{c\triangle\tau}{l}\right)^2\right).$$

При том же малом собственном времени жизни по отношению к лабораторной системе частица может пройти сколь угодно большой путь при соответственном приближении скорости движения к скорости света.

Рассматривая множество движущихся частиц, каждая из которых имеет собственное время, исследователь приводит их времена и пройденные пути в собственную, лабораторную систему, являющуюся по отношению к рассматриваемым в ней процессам *мини-глобальной системой* с *квазиабсолютным пространством* и *квазиабсолютным временем.* Теория относительности лишь определяет, что, например, в лаборатории на противоположной стороне Земли, движущейся по отношению к первой за счет вращения Земли вокруг своей оси, соотношения путей, времен и скоростей будут точно такими же, однако ни коим образом не запрещает экспериментатору в любой точке Земного шара описывать частицы во времени своей лаборатории.

Специальная теория относительности существенно пересмотрела понятия относительных пространства и времени, никак при этом не затронув абсолютных.

5.4. Движение с ускорением

Движение с ускорением исследовано в фундаментальной монографии Мизнера, Торна и Уилера [22]. Они показывают, что преобразования Лоренца от координат и времени лабораторной системы в ускоренно движущуюся с ускорением $\vec{a}$ имеет смысл лишь в пространственной области, ограниченной в направлении ускорения размерами, меньшими c^2/a. Хотя в любой реальной системе этот размер громаден, сам факт *отсутствия глобальной системы движущегося наблюдателя* очень существенен. Это означает, что Мир не может описываться пространством и временем произвольно движущегося наблюдателя.

Движение с ускорением – это непрерывное изменение скорости движения V в каждый бесконечно малый промежуток времени на некоторую величину δV в соответствии с релятивистской формулой сложения (5.1):

$$V' = \frac{V + \delta V}{1 + \frac{V\,\delta V}{c^2}}. \qquad (5.14)$$

При $\delta V \to 0$ в линейном приближении по δV это выражение приводится к виду:

$$V' \approx (V + \delta V)\left(1 - \frac{V\,\delta V}{c^2}\right) \approx V + \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)\delta V. \qquad (5.15)$$

Инвариантное равноускоренное движение – это когда в собственном времени движущегося тела приращение скорости $\delta V = a\,d\tau$ – не зависит от момента собственного времени: a – постоянное ускорение. Тогда в лабораторной системе

$$dV = V' - V = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) a\,d\tau.$$

Разделяя переменные и интегрируя, получаем:

$$\frac{dV}{1 - \frac{V^2}{c^2}} = a\,d\tau; \quad \frac{V}{c} = \operatorname{th}\left(\frac{a\,\tau}{c}\right) = \operatorname{th}\chi; \quad \chi = \frac{a\,\tau}{c}.$$

Постоянная интегрирования выбрана так, что $V = 0$ при $\tau = 0$.

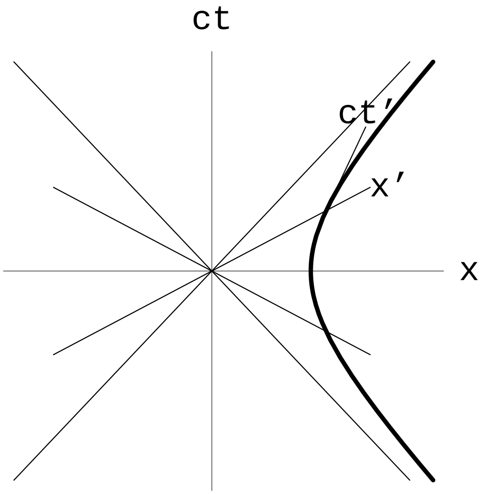
Интегрируя теперь соотношение

$$V(\tau) = c\ \operatorname{th}(\frac{a\,\tau}{c}) = \frac{d\,x(\tau)}{d\,t(\tau)}; \quad d\tau = \sqrt{c^2\,dt^2 - dx^2},$$

находим уравнение траектории:

$$x = \frac{c^2}{a}\ \mathrm{ch}\,\frac{a\,\tau}{c}; \quad c\,t = \frac{c^2}{a}\ \mathrm{sh}\,\frac{a\,\tau}{c}.$$

На графике эта траектория (псевдоокружность) представляется гиперболой:



Ось собственного времени равноускоренного тела всегда направлена по касательной к траектории и по мере ускорения меняет свое направление в мини-глобальной системе. Ортогональные к ней в каждый момент оси собственного пространства пересекаются в одной точке (центре псевдоокружности, от которого каждая точка траектории отделена одинаковым интервалом – радиусом псевдоокружности c^2/a) и, как видно из рисунка, не покрывают все пространство-время мини-глобальной системы. Преобразованные по формулам Лоренца пространственные координаты имеют какой-то физический смысл лишь в ближайшей окрестности тела $|\triangle x| \ll c^2/a$.

После создания Специальной теории относительности появился новый повод для иррационального. Релятивизм исключил понятие *развитие во времени мира в целом.* Развитие (теперь) можно описывать только с точки зрения какого-то наблюдателя.

На столе лежит кусочек сахара, состоящий из 10^{23} атомов. Так как температура немаленькая — $300^\circ K$ — каждый атом этого огромного множества движется в своем направлении и со своей скоростью.

Можно ли что-то сказать о прошлом или будущем этого куска? У каждого атома свое прошлое и будущее, но каково прошлое или будущее всего куска — не его центра масс — точки, — а всего ансамбля из 10^{23} атомов, распределенных в объеме один кубический сантиметр?

В теории относительности это бессмысленный вопрос. И вот идут высокоинтеллектуальные построения *стрелы времени*, дерева будущего, дерева прошлого.

Дав науке исключительно сильное рацинальное знание, теория относительности ненавязчиво протащила некоторые “очевидные” догмы, главная из которых – “очевидность отсутствия абсолютного времени”. Показав инвариантность локальной области пространства-времени относительно преобразований Лоренца (тоже локальных), теория относительности делает “очевидный” вывод — никакого глобального времени быть не может.

Однако рассмотрим евклидов аналог. Двумерная метрика

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 \tag{5.16}$$

инвариантна относительно поворотов и вроде бы все координаты, связанные с исходными x и y ортогональным преобразованием

$$\begin{aligned} x' &= x\,\cos\varphi - y\,\sin\varphi, \\ y' &= x\,\sin\varphi + y\,\cos\varphi, \end{aligned} \tag{5.17}$$

приводят к той же метрике (5.16), следовательно, *с метрической точки зрения* исходные координаты никак не выделены по отношению к преобразованным.

Но представим себе бесконечный двумерный цилиндр, и пусть координата y направлена вдоль образующей цилиндра, а x вдоль ортогонального направления. Тогда линии $x = \mathrm{const}$ и $y = \mathrm{const}$ образуют на цилиндре ортогональную сетку. Однако линии $x' = \mathrm{const}$ и $y' = \mathrm{const}$ на цилиндре являются *винтовыми линиями* с многократными взаимопересечениями. Исходные координаты здесь явно выделены по сравнению с повернутыми преобразованием (5.17).

То есть инвариантность метрики определяет лишь свойства *локальной инвариантности*, ничего не говоря о глобальных свойствах тех или иных координат.

И специальная теория относительности лишь показала лоренц-инвариантность локальных явлений в пространстве-времени, не внеся на самом деле никакого запрета на глобальное время.

5.5. Цилиндр Минковского

Наиболее показателен для понимания *локальности* системы (пространства и времени) движущегося наблюдателя эффект Саньяка. Саньяк задумал свой эксперимент как проверку формулы сложения скоростей. Во вращающейся системе в двух противоположных направлениях распространяются два луча с одинаковой скоростью c относительно неподвижного наблюдателя. Однако (по гипотезе Саньяка) во вращающейся системе они имеют скорости $c+V$ и $c-V$, и проходя за полный оборот один и тот же путь l, затрачивают на это разное время:

$$t_- = \frac{l}{c-V}; \quad t_+ = \frac{l}{c+V}; \quad v = \Omega\, R; \quad l = 2\,\pi\, R.$$

Разность этих времен

$$\Delta t = t_- - t_+ = \frac{2l\,V}{c^2 - V^2} \approx \frac{2\,l\,V}{c^2} = \frac{4\,\pi\, R^2}{c^2}\,\Omega \tag{5.18}$$

прекрасно согласуется с экспериментально замеренной по сдвигу интерференционных полос величиной.

Казалось бы, этот результат действительно подтверждает нерелятивистсткую формулу сложения скоростей. Однако эксперименты Б. Погани при распространении света в среде с некоторым показателем преломления n, относительно которой свет движется со скоростью c/n, приводит к модификации формулы (5.18) – замене в ней c на c/n:

$$\Delta t = n^2\,\frac{4\,\pi\, R^2}{c^2}\,\Omega. \tag{5.19}$$

Величина сдвига должна увеличиваться в n^2 раз, однако эксперименты Погани показали независимость сдвига от величины показателя преломления, то есть от скорости распространяющегося сигнала.

Этот простой факт – независимость разности времен от скорости сигнала – прямо следует из специальной теории относительности без каких-либо дополнительных гипотез.

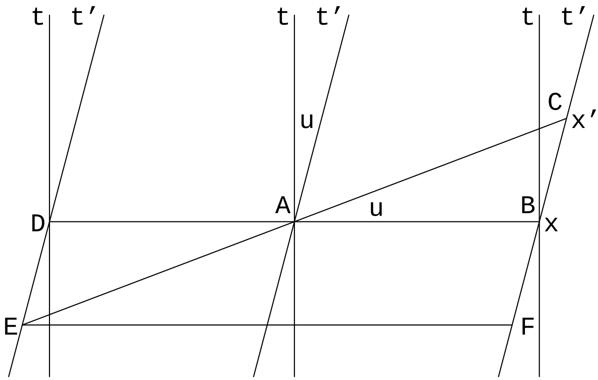
Будем полагать, что свет (или какой-то другой материальный процесс) распространяется по круговой орбите радиуса R в системе, вращающейся с угловой скоростью Ω. В описании процесса распространения принимают участие лишь две переменных: координата в направлении распространения $x = R\,\phi$ и время t, образуя двумерное многообразие – цилиндр Минковского. Метрика на нем индуцирована метрикой в пространстве Минковского:

$$dl^2 = c^2\,dt^2 - R^2\,d\phi^2 = c^2\,dt^2 - dx^2; \quad dx = R\,d\phi, \tag{5.20}$$

то есть является метрикой двумерного пространства Минковского.

Однако это многообразие не является плоскостью Минковского – обход вдоль оси x приводит в ту же точеку, то есть многообразие является цилиндром (цилиндр Минковского).

Отобразим его на плоскость Минковского (см. рисунок). Ось времени лабораторной системы t (вдоль которой откладывается величина ct) является образующей цилиндра и на рисунке она представлена в трех экземплярах: некоторый исходный, проходящий через точку A, и два его образа, проходящие через точки B и D – при обходе цилиндра вправо и влево соответственно. Ось времени вращающейся системы t' (ct') по отношению к оси t наклонена под углом u. На евклидовом листе бумаги $\operatorname{tg} u = v/c \equiv \beta$, а на плоскости Минковского $\operatorname{th} u = \beta$. На цилиндре же ось t' образует винтовую линию, пересекая ось времени t бесконечное число раз с периодом (в лабораторной системе) $T = 2\,\pi/\Omega$, где Ω – угловая частота вращения.



Линия одновременности лабораторной системы – ось x. Она имеет длину $l = 2\,\pi\,R$ и лежащие на ней точки A, B и D представляют одну и ту же физическую точку.

Линия одновременности вращающейся системы – ось x' – наклонена к оси x на тот же угол u и на цилиндре также образует винтовую линию, многократно пересекая ось времени t через период

$$\frac{c\,\Delta\,t}{2\,\pi\,R} = \frac{V}{c} = \frac{R\,\Omega}{c}; \quad \Delta\,t = \frac{2\pi\,R^2}{c^2}\,\Omega. \tag{5.21}$$

Пересечение собственной оси времени линией одновременности вращающейся системы также происходит многократно. На рисунке это отрезки BC – при сдвиге на один оборот вправо – и DE – при сдвиге влево. Угол ACB – прямой (оси t' и x' взаимно ортогональны), поэтому в треугольнике ACB сторона AB является гипотенузой, а катет

$$BC = c\,\Delta_1\, t' = AD\,\mathrm{sh}\, u = 2\,\pi\, R\,\frac{R\,\Omega}{c}. \qquad (5.22)$$

Разность во времени вращающейся системы пересечения линии одновременности x' с осью t' при сдвигах на один оборот вправо – точки C – и влево – точки E определяется отрезком CF, инвариантная длина которого равна удвоенной длине отрезка BC:

$$\Delta\, t' = \frac{2\,BC}{c} = \frac{4\,\pi\, R^2}{c^2\,\sqrt{1-\beta^2}}\,\Omega. \qquad (5.23)$$

Возникает замечательный парадокс: точки C и E (на рисунке), лежат на оси x' – оси одновременности вращающейся системы. Но они также лежат на общей оси времени t' и по ней отделены отрезком времени, соответствующим длине отрезка $CF = 2\,BC$, то есть они разделены интервалом времени во вращающейся системе, определяемым выражением (5.23). Если из точки A, покоящейся во вращающейся системе на оси времени t' выпустить в противоположных направлениях два сигнала с какой-то относительной скоростью v, то встретившись на оси времени t', они сдвинутся на одну и ту же величину относительно точек C и E, а относительно друг друга возникнет та же разность времени (5.23). Это и есть *эффект Саньяка* и по описанию сдвигов видно, что он не зависит от скорости движения сигналов относительно вращающейся системы.

Таким образом собственное пространство во вращающейся системе ограничено длиной отрезка $AC = 2\,\pi\, R/\gamma$. Выход за это ограничение приводит к многозначности собственного времени.

Важнейший вывод для дальнейшего состоит в том, что даже в плоском пространстве Минковского у неинерциально движущегося наблюдателя пространство определено лишь в малой, локальной области.

На цилиндре Минковского просто демонстрируется и “парадокс близнецов”. Если один наблюдатель покоится (движется вдоль оси ct – образующей цилиндра), а другой движется равномерно относительно него со скоростью V, то через время неподвижного наблюдателя

$$\Delta t = \frac{2\pi\, R}{V}$$

они встретятся, при этом у движущегося набежит время

$$\Delta t' = \sqrt{\Delta t^2 - \left(\frac{2\pi\, R}{c}\right)^2} = \Delta t\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}.$$

На цилиндре Минковского покоящийся наблюдатель явно выделен: до встречи с движущимся у него проходит наибольшее время.

Таким образом, несмотря на то, что метрика во всех точках цилиндра – метрика Минковского, инвариантная относительно преобразований Лоренца, – можно *экспериментально* выделить покоящегося наблюдателя как проживающего наибольшее время до повторной встречи с любым другим, движущимся по инерции.

Поэтому вывод, делаемый некоторыми специалистами по теории относительности о том, что специальная теория относительности якобы доказала отсутствие глобального времени, неверен. Она лишь доказала, что глобальное время необнаружимо в локальных экспериментах. Если же речь идет о больших (космических) областях пространства, никакой лоренц-инвариантности не наблюдается и различные системы отсчета существенно различаются по своим свойствам.

5.6. Релятивистская динамика

Преобразования Лоренца (5.2) описывают преобразования компонент четырехмерного радиуса-вектора в четырехмерном пространстве-времени Минковского. Энергия и импульс материальной точки в теории относительности также образуют четырехмерный вектор с аналогичным преобразованием компонент и так же, как для координат, имеется инвариант, не зависящий от системы, так и для вектора энергии-импульса такой инвариант пропорционален массе тела (не зависящей от скорости):

$$\left(\frac{E}{c}\right)^2 - \vec{p}^{\,2} = m^2\, c^2. \tag{5.24}$$

Отсюда можно вывести релятивистскую зависимость кинетической энергии от импульса в пространстве Минковского:

$$E = c\sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2\, c^2}. \tag{5.25}$$

Если же имеется поле скоростей и, возможно, метрика оказывается не плоской, то это выражение модифицируется. Динамическая теория Гамильтона определяет энергию и импульс как производные по времени и пространственным координатам от некоторой функции координат и времени – действия $S(t, \vec{r})$:

$$E = -\frac{\partial S}{\partial t}; \quad \vec{p} = \vec{\mathrm{grad}}\, S. \tag{5.26}$$

Момент количества движения также выражается через действие:

$$l = \frac{\partial S}{\partial \varphi}. \tag{5.27}$$

При наличии поля скоростей $\vec{V}(\vec{r})$ (в неинерциальной системе) энергия должна выражаться через *инвариантную производную по времени*:

$$E = E' - (\vec{V}, \vec{p}); \quad E' = -\frac{\partial S}{\partial t}. \tag{5.28}$$

5.7. Локальное пространство-время в ТГВ

Специальная теория относительности как теория бесконечно малой окрестности движущегося наблюдателя прекрасно вписывается в ТГВ, как и в Общую теорию относительности (см. далее). Она накладывает свои законы не на конфигурацию пространства, а лишь на динамику тел (точнее – материальных точек), движущихся в уже определенном пространстве.

Наряду с глобальным временем, в котором происходит развитие мира в целом, у движущегося наблюдателя события развиваются в его локальной системе в *собственном времени* (“местное время” Лоренца), в инерциальной системе выражаемого через метрику пространства и скорости движения $\dot{x}^i$

$$d\tau = dt\,\sqrt{1 - \gamma_{ij}\,\dot{x}^i\,\dot{x}^j},$$

а в неинерциальной системе – через *абсолютные скорости*:

$$d\tau = dt\,\sqrt{1 - \gamma_{ij}(\dot{x}^i - V^i)(\dot{x}^j - V^j)}.$$

Это выражение можно представить в четырехмерном виде, объединяя время и пространство в единое четырехмерное многообразие с метрикой

$$g_{00} = 1 - \gamma_{ij}\,V^i\,V^j; \quad g_{0i} = \gamma_{ij}\,V^j; \quad g_{ij} = -\gamma_{ij}. \tag{5.29}$$

Обратный метрический тензор этого четырехмерного многообразия

$$g^{00} = 1; \quad g^{0i} = V^i; \quad g^{ij} = V^i V^j - \gamma^{ij}.$$

Важнейшим здесь является первое выражение

$$g^{00} = 1. \tag{5.30}$$

Это *основное структурное соотношение* глобального времени в четырехмерном представлении. Хотя пространство и время можно объединить в четырехмерное многообразие, в котором можно проводить произвольные преобразования пространственных координат и времени, в любых переменных всегда скрыта возможность возврата к глобальному времени, приведения метрики к характерному структурному соотношению (5.30).

Если имеется некоторая дополнительная степень свободы какихлибо преобразований, бывают случаи, когда ей можно воспользоваться для упрощения решений. Но получив решение в четырехмерном виде, нужно иметь возможность вернуть его в глобальное время.

Если имеется четырехмерная метрика $g_{\alpha\beta}$ в произвольных координатах x^α, для приведения ее к глобальному времени нужно преобразовать координаты (точнее – выбрать только новую временну́ю координату $\tau = c\,t(x^0, \ldots, x^3)$,) так, чтобы выполнилось условие $g^{00} = 1$. По законам преобразования тензора

$$\bar{g}^{00} = g^{\alpha\beta} \frac{\partial \tau}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \tau}{\partial x^\beta} = 1. \tag{5.31}$$

Но это дифференциальное уравнение на τ оказывается уравнением Гамильтона – Якоби для траекторий движения свободно падающих материальных точек (лабораторий), общим собственным временем которых и является t. Таким образом, в глобальном времени реализуется физический *принцип эквивалентности*, привязывающий инерциальную систему к свободно падающей лаборатории, однако в отличие от лифта Эйнштейна, этих лабораторий множество и время в них синхронизировано. Тем самым принцип эквивалентности из локального превращается в глобальный.

Наиболее показательным примером учета релятивистских эффектов в ТГВ является описании *движения перигелия Меркурия*, экспериментально обнаруженное во второй половине XIX века Леверье, ранее открывшим планету Нептун, по возмущениям движения планеты Уран.

Меркурий – самая близкая к Солнцу планета в соответствии с вычислениями Ньютона движется (почти) по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце. Изучая записи движения Меркурия за три столетия (со времен Тихо Браге), Леверье обнаружил малое систематическое отклонение от первого закона Кеплера: эллипс, по которому движется планета, по теории Ньютона должен быть неподвижным, однако за триста лет его большая полуось повернулась на 42 секунды, что для астрономии является большой величиной. Различные гипотезы – о наличии еще одной планеты между Солнцем и Меркурием, о некотором поясе малых планет в этой области и пр. согласовывались с наблюдаемыми данными лишь при очень больших натяжках: более близкие планеты должны иметь еще более короткий период обращения вокруг Солнца (по сравнению с 88-ю сутками у Меркурия) и вносимые ими возмущения имели бы периодический, а не систематический характер.

Пространство вблизи Солнца можно описывать “решением Бьерна” с радиальным полем скоростей (4.30) в плоском пространстве. Динамика определяется уравнением Гамильтона – Якоби (см. [15]) для функции действия s, в котором также поле скоростей определяет инвариантную производную по времени:

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t}+(\vec{V}(r)\,\vec{\nabla})\,S\right)^2-(\vec{\nabla}\,S)^2=m^2\,c^2. \tag{5.32}$$

Решение этого дифференциального уравнения в частных производных с прекрасной точностью описывает наблюдаемое вращение перигелия Меркурия [15].

Впрочем, впервые уравнение, эквивалентное этому и дающему в точности те же решения, записал в 1915 году Альберт Эйнштейн в процессе создания Общей теории относительности (ОТО), к рассмотрению которой мы и переходим. Для данной задачи обе теории (ТГВ и ОТО) дают совершенно эквивалентные решения. Есть ли вообще какая-либо разница между этими теориями?

Глава 6

Общая теория относительности

Несмотря на то, что путь, пройденный в предыдущих главах, однозначно ведет к динамической теории пространства в глобальном времени и ничто не свидетельствует о каких-то экспериментальных или логических причинах, заставляющих отказаться от единого, глобального времени, история развития науки привела к тому, что в настоящее время господствующей теорией пространства, времени и тяготения пока является Общая теория относительности. Она была создана в 1911 - 1915 годах Альбертом Эйнштейном, одним из создателей Специальной теории относительности. Именно поэтому путь развития теории пространства и времени лежал в обобщении четырехмерной геометрии, и динамика трехмерного пространства в этих построениях затерялась.

6.1. Краткая история

В теории любого поля есть две стороны: как это поле влияет на другие физические процессы и как это поле формируется.

Ответ на первый вопрос Эйнштейну дал *принцип эквивалентности*: для того, чтобы определить влияние гравитации на то или иное физическое явление (локальное), нужно перейти в свободно падающую систему, описать это явление как в инерциальной системе без гравитационного поля, а затем вернуться в исходную лабораторную систему, используя преобразования изучаемых физических величин при переходе из одной движущейся системы в другую.

Отметим, однако, что эта методика применима лишь к *локальным явлениям*, таким как электродинамика, гидродинамика, уравнения которых определяются в бесконечно малой области, и не применима к глобальным явлениям, связанным с некоторым распределенным состоянием, таким как статистическая физика, где состояние задается в некотором объеме пространства, или квантовая механика, где волновая функция также нелокальна.

Поиск ответа на второй вопрос: как же формируется гравитационное поле, занял у Эйнштейна несколько лет, и здесь ему существенно помогли два математика: Марсель Гроссман и Давид Гильберт.

Уже в 1906 году Макс Планк сформулировал принцип наименьшего действия для описания движения материальных тел в СТО

$$S = -mc \int ds = -mc \int \sqrt{c^2 - \vec{v}^2}\, dt = \int L\, dt. \tag{6.1}$$

Для инерциальной системы отсюда следует первый закон Ньютона: свободные тела движутся равномерно и прямолинейно. В поле тяжести траектории тел искривляются, для чего чисто математически (из уравнений Лагранжа) требуется, чтобы лагранжиан зависел от координат. Единственная величина, которая в него входит, это скорость света c. Если она будет зависеть от координат, то траектории тел в пространстве - времени будут искривляться. При этом масса в действие входит как множитель – это значит, что искривление не будет зависеть от массы, так как в уравнениях Лагранжа общий множитель сокращается. Это объясняет открытую еще Галилеем одинаковость ускорений в поле тяжести для всех тел, независимо от их масс.

Но откуда находить эту зависимость скорости света от координат? Как ее связать с классическим гравитационным потенциалом Лапласа?

В это время Эйнштейн начинает сотрудничать с математиком Марселем Гроссманом, занимавшимся исключительно модной в то время математической теорией – *исчислением Риччи* – кривизной многомерных римановых пространств. Гроссман объясняет Эйнштейну, что выражение (6.1) есть лишь частный вид общего инварианта, который в общем виде для четырехмерного пространства записывается через 10 компонент метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ [23]:

$$S = -mc \int ds = -mc \int \sqrt{g_{\alpha\beta}(x)\, dx^{\alpha}\, dx^{\beta}}. \tag{6.2}$$

Вместо одного гравитационного потенциала Лапласа появляется 10 компонент метрики, 10 потенциалов! Эйнштейн анализирует переход к слабым гравитационным полям, рассматривая малые отклонения пространства от плоского, показывает, что при малых скоростях существенное влияние на движение частиц оказывает лишь компонента метрики g_{00}, которая и связана с гравитационным потенциалом Лапласа:

$$g_{00} = 1 + \frac{2\,\phi}{c^2}. \tag{6.3}$$

Это суть *принципа соответствия* – соответствия вновь строящейся теории классической механике, зарекомендовавшей себя как исключительно точный инструмент в небесной динамике.

Потенциал Лапласа удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta\phi = 4\pi\, k\, \rho. \tag{6.4}$$

Каким же уравнениям должны удовлетворять 10 компонент метрического тензора, чтобы в пределе переходить в это уравнение для единственно значимой компоненты метрики?

После четырех лет поиска, проработки различных вариантов, уходя от идей Гроссмана и вновь возвращаясь к ним, Эйнштейн формулирует, наконец, дифференциальные уравнения, из которых как будто можно определить метрику. Основной конструкцией, определяющей кривизну, является тензор четвертого ранга Римана - Кристоффеля, имеющий в четырехмерном пространстве 20 компонент, а свертка его по двум индексам приводит к симметричному тензору второго ранга, тензору Риччи, имеющего, как и метрический тензор, 10 компонент и образованный из вторых (и менее) производных метрического тензора. Эйнштейн выдвигает тензорные уравнения

$$R_{\alpha\beta} = \kappa\, T_{\alpha\beta}, \tag{6.5}$$

где справа стоит тензор энергии-импульса вещества. Он показывает, что при соответствующем подборе постоянной κ в приближении слабого поля эти уравнения переходят в уравнение Пуассона (6.4).

В 1915 году Эйнштейн применяет эти уравнения для корректировки ньютоновского описания движения планет вокруг Солнца и вычисляет непонятный до этого поворот орбиты Меркурия на 40 угловых секунд в столетие, определенный за триста лет тщательных наблюдений со времен Тихо Браге. Совпадение вычисленной величины поворота с экспериментальной убеждает Эйнштена в правильности исходных посылок и полученных уравнений.

К этому времени за работой Эйнштейна начинает следить патриарх математики начала XX века Давид Гильберт. Он показывает, что в общем случае, уравнения Эйнштейна (6.5) несовместны: тензор энергии - импульса имеет нулевую дивергенцию $\nabla_\alpha T^\alpha_\beta = 0$, в то время как тензор Риччи такому тождеству не удовлетворяет.

Эйнштейн в том же 1915 году корректирует теорию и формулирует 10 *уравнений Эйнштейна*, совместных по критерию Гильберта:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\, g_{\alpha\beta}\, R \equiv G_{\alpha\beta} = \frac{8\pi\, k}{c^4}\, T_{\alpha\beta}. \tag{6.6}$$

Настоящий триумф ОТО переживает в 1919 году, когда во время полного солнечного затмения Эддингтон замеряет угловое отклонение положения звезды вблизи закрытого Луной Солнца, прекрасно совпадающее с вычислениями по теории Эйнштейна (менее двух угловых секунд – см. стр. 74). Теория, предсказывающая столь тонкие явления, основанная на исключительно глубоких физических принципах и использующая самые современные высоты математики, оказывается вершиной теоретической физики.

6.2. Решение Шварцшильда

Первое точное решение уравнений Эйнштейна пришло в конце 1915 года из германского военного госпиталя от смертельно больного известного астронома Карла Шварцшильда (1873 — 1916) (Один из творцов современной теоретической астрофизики. Основные работы связаны с теорией звездных атмосфер и теорией внутреннего строения звезд.) Метрика Шварцшильда описывает пространство-время вне сферически симметричного тела массы M:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2k\,M}{c^2\,r}\right) c^2\, d\tilde{t}^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2k\,M}{c^2\,r}\right)} - r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2). \tag{6.7}$$

В коэффициенты метрики масса входит в виде единственного параметра $\alpha = 2\,k\,M/(c^2\,r)$, стремящегося к нулю при $r \to \infty$, при этом метрика Шварцшильда переходит в метрику плоского пространства Минковского в сферической системе координат.

Константы, входящие в этот параметр, можно объединить в одну константу

$$r_g = 2\,k\,M/c^2, \tag{6.8}$$

имеющую размерность длины и называемую *гравитационным радиусом* тела с массой M. В коэффициенты метрики этот параметр входит в комбинации $1 - r_g/r$, мало отличающейся от единицы на больших расстояниях, но при $r \to r_g$ происходит качественное преобразование метрики: при переходе под гравитационный радиус коэффициент перед dt^2 становится отрицательным. Это значит, что в этой области не может быть покоящихся тел, так как интервал для таких тел становится пространственно подобным.

Гравитационный радиус пропорционален массе тела. Максимальное значение $\alpha = r_g/r$ ограничивается радиусом тела R. Например, для Земли отношение гравитационного радиуса к радиусу Земли очень мало:

$$\frac{k\,M}{R^2} = g; \quad \frac{r_g}{R} = \frac{2\,g\,R}{c^2} = 7 \cdot 10^{-10}.$$

Однако вид метрики пространства Шварцшильда с сохранением статичности и сферической симметрии неоднозначен. В 1921 году французский математик Поль Пэнлеве (1863-1933), политик (во время Первой мировой войны военный министр и даже премьер-министр Франции), авиатор (10 октября 1908 г. поднялся с Вильбуром Райтом в качестве пассажира в первом официальном полете с пассажиром), преобразуя временну́ю переменную в решении Шварцшильда, нашел метрику с плоским пространственным сечением [24]:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) c^2 dt^2 + 2\,V\,dt\,dr - (dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\,d\varphi^2)).$$

$$V = V^r = \sqrt{\frac{2k\,M}{r}}. \tag{6.9}$$

Эта метрика получается из решения Шварцшильда (6.7) методом преобразования к глобальному времени произвольной четырехмерной метрики (см. стр. 95). При этом пространство автоматически оказывается плоским, но содержащим поле скоростей вне сферического тела в ТГВ (4.30) – "поле Бьерна".

Между этими двумя выражениями громадная разница: в (6.9) t – это *глобальное время*, в то время как в (6.7) переменная $\tilde{t}$ – просто формальная переменная, наделенная физическим смыслом лишь в асимптотике при $r \to \infty$, но зато метрика диагональна. Эта разница проявляется в геометрии трехмерных сечений $t = const$ (пространства). В (6.9) это плоское евклидово пространство, в то время как в (6.7) такие сечения имеют особенность на сфере $r = r_g$, внутри которой сечение становится псевдоевклидовым.

Так как эти две метрики преобразуются друг в друга преобразованием координат, все наблюдаемые (при $r > r_g$) в этом гравитационном поле эффекты (отклонение луча света, движение перигелия Меркурия и пр. явления) и в ОТО, и в ТГВ одинаковы.

6.3. Космологические решения

Наибольшее влияние на науку XX века оказало полученное в 1922 году решение А. А. Фридмана (1888–1925): динамика Мира в виде трехмерной сферы с радиусом, зависящим от времени [25], выбрав метрику пространства-времени в виде

$$ds^2 = dt^2 - r^2(t)\, d\Omega_3^2 \,, \tag{6.10}$$

где $dl^2 = d\Omega_3^2$ – метрика трехмерной сферы единичного радиуса. В задаче Фридмана всего одна динамическая переменная – радиус Мира.

Как и предыдущие космологи, Фридман рассматривал вещество, заполняющее Вселенную, как пылевидную материю без давления — "звездную пыль" — с некоторой плотностью ρ, определяемой полной массой этой пыли M и радиусом Мира r.

Так как объем трехмерной сферы радиуса r равен $2\,\pi^2\,r^3$, то плотность определяется выражением:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{2\,\pi^2}\,\frac{1}{r^3}. \qquad (6.11)$$

Плотность энергии "звездной пыли" $\varepsilon = \rho\,c^2$. Из уравнений Эйнштейна существенным (из-за высокой симметрии) оказывается только одно:

$$G_0^0 = \frac{8\pi\,k}{c^4}\,\varepsilon. \qquad (6.12)$$

Компонента тензора Эйнштейна для трехмерной сферы (при обозначении точкой производной по ct)

$$G_0^0 = 6\,\left(\frac{\dot r^2}{r^2} + \frac{1}{r^2}\right)$$

приводит к уравнению динамики "радиуса Мира":

$$6\,\left(\frac{\dot r^2}{r^2} + \frac{1}{r^2}\right) = \frac{4\,k\,M}{\pi\,c^2}\,\frac{1}{r^3}, \qquad (6.13)$$

которое можно привести к виду:

$$r\,(\dot r^2 + 1) = r_m, \quad r_m = \frac{2\,k\,M}{3\pi\,c^2}. \qquad (6.14)$$

Здесь r_m — максимальный "радиус Мира", пропорциональный полной массе вещества в нем. Это дифференциальное уравнение интенсивно изучалось еще в 17-м веке Декартом, Ферма, Гюйгенсом. Решение его — циклоида. Оно довольно просто выглядит в параметрическом виде:

$$t = \frac{r_m}{2\,c}(\varphi - \sin\varphi); \quad r = \frac{r_m}{2}\,(1 - \cos\varphi). \qquad (6.15)$$

С ростом параметра φ радиус совершает периодические изменения от нуля до r_m и затем опять до нуля за период 2π, а время при этом монотонно увеличивается на $\pi\,r_m/c$.

Есть еще более простая модель динамического развития Мира, чем модель Фридмана. Это модель Эйнштейна–де Ситтера, в которой

Мир является плоским евклидовым, но масштаб расстояний, общий для всех точек пространства, зависит от времени:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - m^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2).$$

Это решение может быть получено как предел решения Фридмана (6.15) при $r_m \to \infty$, $\varphi \to 0$:

$$\frac{c\,t}{r_m} = \frac{\varphi^3}{12}; \quad \frac{r}{r_m} = \frac{\varphi^2}{4}.$$

Исключая параметр φ, получаем зависимость масштаба от времени

$$m \sim \frac{r}{r_m} = k\,(c\,t)^{(2/3)}; \quad \frac{\dot{m}}{m} = \frac{2}{3\,t} = H,$$

где H – постоянная (по пространству, но не по времени) Хэббла (см. след. главу). Теперь, наоборот, из уравнения (6.12) можно найти плотность пылевидной материи:

$$6\left(\frac{\dot{m}}{m}\right)^2 = 6\,H^2 = \frac{8\pi\,k}{c^2}\rho_0; \quad \rho_0 = \frac{3\,c^2\,H^2}{4\pi\,k}. \tag{6.16}$$

Если Мир плоский и из измерений известна постоянная Хэббла H, то средняя плотность вещества в Космосе должна определяться этим выражением (*критическая плотность*).

Структура пространства в целом с точки зрения ОТО жестко определяется плотностью материи. Это порождает *парадокс лишнего протона*: лишний по сравнению с (6.16) протон на кубический метр превращает плоское пространство Эйнштейна — де Ситтера в замкнутый сферический мир Фридмана.

6.4. В одном шаге от ТГВ

Одним из важнейших этапов в описании динамики пространства - времени в ОТО явилась серия работ Арновитта, Дезера и Мизнера 1959 года (АДМ) [26], где в явном виде выделена переменная времени и показано, что динамическими переменными в ОТО являются компоненты трехмерной метрики.

Они представили десять компонент четырехмерного метрического тензора через шесть компонент метрического тензора γ_{ij}, трехмерный вектор V^i (в обозначениях ТГВ) и функцию *хода времени* $f(x,t)$:

$$g_{00} = f^2 - \gamma_{ij}V^iV^j; \quad g_{0i} = \gamma_{ij}V^j; \quad g_{ij} = -\gamma_{ij}. \tag{6.17}$$

Компоненты обратного метрического тензора

$$g^{00} = \frac{1}{f^2}; \quad g^{0i} = \frac{V^i}{f^2}; \quad g^{ij} = \frac{V^i V^j}{f^2} - \gamma^{ij}. \tag{6.18}$$

Вариация действия Гильберта в ОТО в соответствии с принципом общей ковариантности полагает вариацию всех десяти параметров:

$$\delta S = -\int \left(G_{00}\, \delta f + G_{0i}\, \delta V^i + \frac{1}{2}\, G^{ij}\, \delta\gamma_{ij} \right) \sqrt{\gamma}\, f\, d_3x\, dt. \tag{6.19}$$

В ТГВ компонента $g^{00} = 1$ всегда и везде – это функция, определяющая ход глобального времени. Поэтому она не может варьироваться, и функция, которая умножается на эту вариацию, может быть произвольной. Это и есть плотность энергии (4.7).

Только компоненты пространственного метрического тензора γ_{ij} являются динамическими, имеющими сопряженные импульсы π^{ij}, а недиагональные элементы метрики $g^{0i} \equiv V^i$ (в ТГВ – поле абсолютных скоростей) входят в производную по времени, компенсируя произвол координатных преобразований:

$$\mu_{ij} = \frac{1}{2\, c}(\dot{\gamma}_{ij} + V_{i;j} + V_{j;i}), \tag{6.20}$$

АДМ-представление является мостиком от ОТО к ТГВ: достаточно положить $f = 1$, $\delta f = 0$. Но в ОТО этому мешает общая ковариантность: после общего преобразования координат в новом АДМ-разбиении f опять окажется функцией координат и времени. Чтобы сохранить $f = 1$, нужно ограничиться преобразованиями координат, зависящих от времени, но не затрагивать преобразование времени. Однако следует подчеркнуть, что этот мостик формальный, на уровне уравнений. Физически ТГВ исходит из идеи пространства, как материального носителя геометрических свойств и глобального времени, как собственного времени пространства.

Таким образом, вариация всех десяти компонент, определяющих четырехмерную метрику в (6.19), приводит к основному отличию формул ОТО от формул ТГВ: вариация по f приводит к дополнительному по сравнению с девятью уравнениями ТГВ уравнению

$$\varepsilon = 0. \tag{6.21}$$

Плотность полной энергии – пространства и вещества – равна нулю, и поэтому сам гамильтониан равен нулю.

Решения ОТО, таким образом, определяют подмножество всех решений ТГВ с плотностью энергии всюду равной нулю.

Динамическое АДМ-представление уравнений Эйнштейна привело к значительному прогрессу в описании пространства-времени. В этом представлении произведено расщепление (расслоение) пространства и времени на *трехмерное пространство*, метрический тензор которого оказывался основным динамическим полем, и *время*, в котором и совершалась динамика.

Вот, например, утверждение Д. Брилла и Р. Гоуди 1970 года [27]:

> “До недавнего времени необходимость пространственно-временной ковариантности в ОТО не подвергалась сомнению. Но, как оказалось, явное разделение пространства и времени в (3+1)- ковариантном формализме имеет большие формальные и принципиальные преимущества в ОТО; установление этого факта имеет очень важное значение.”

Вершиной в описании пространства и времени с позиций Общей теории относительности является монография Мизнера, Торна и Уилера, написанная в 1974 году [22]. Тот факт, что одним из авторов этой книги является один из создателей АДМ-динамики Чарльз Мизнер, а другим – создатель *геометродинамики*, построенной на основе АДМ-представления, Джон Уилер, привело к направленности на динамическое описание на основе (3+1) разложения метрики:

> “В гамильтоновом формализме Арновитта, Дезера и Мизнера... динамика геометрии принимает форму, совершенно аналогичную гамильтоновой динамике геометрии.”

В монографии проведен тщательный анализ совместимости оснований ОТО с квантовыми принципами и они делают сокрушительный для ОТО вывод:

> “Понятие пространства-времени несовместимо с квантовым принципом.”

Геометродинамика Уилера – это множество трехмерных пространств (суперпространство), в котором, исходя из какой-то точки (начальное трехмерное пространство) в соответствии с АДМ-уравнениями совершается динамика геометрии – переход к другим точкам суперпространства. Решение уравнений Эйнштейна – четырехмерная геометрия пространства-времени – это есть траектория в суперпространстве. Однако, квантовомеханический принцип неопределенности приводит к недопустимости реализации какой-либо траектории: невозможно создать пусть очень искусственный волновой пакет вблизи какой-либо конкретной траектории – конкретной конфигурации четырехмерного пространства-времени. И авторы делают вывод:

> “Таким образом, принцип неопределенности не позволяет нам как-то предсказать или хотя бы придать разумный смысл “детерминированной классической истории пространства, эволюционирующего во времени”. *Пространство-время невозможно предсказывать, следовательно, пространство-время не имеет смысла*, — вот что диктует квантовый принцип. Объект, являющейся центральным во всей классической общей теории относительности, – четырехмерная геометрия пространства-времени – просто не существует, если выйти за рамки классического приближения.
>
> Эти рассуждения показывают, что концепция пространства-времени и времени не являются первичными понятиями в структуре физической теории. Эти концепции справедливы лишь в классическом приближении. Однако они теряют смысл и применимость при условиях, когда эффекты квантовой геометродинамики становятся существенными. . .
>
> Тот факт, что пространственно-временной подход неверен, не означает, что не существует верного способа описания динамики геометрии, совместимого с квантовым принципом. Суперпространство является ключем к одному из правильных способов описания динамики.”

При таком подходе динамическим объектом является трехмерное пространство, мгновенную конфигурацию описывает 3-геометрия.

> “Как отличается эта концепция от обычного понимания пространства-времени! Согласно обычным представлениям, геометрия пространства-времени строится из элементарных объектов, или точек, называемых "событиями". Здесь же, напротив, первичной концепцией служит 3-геометрия...”

Вся логика приводит к динамике трехмерного пространства. Но в каком времени? А вот в каком:

> “Время в общей теории относительности имеет многострелочный характер и сильно отличается от времени в нере-

> лятивистской механике частиц, которое имеет однопараметрическую природу... Изучающий геометрию может свободно толкать пространственно-подобную гиперповерхность в одном месте вперед быстрее, чем в другом, пока гиперповерхность остается пространственно-подобной. Эта свобода отражена на каждой стадии интегрирования t в функции хода $N(t, x, y, z)$... Выбор N – дело не Природы, а человека. До тех пор, пока такой выбор не сделан, динамические уравнения не могут приступить к выполнению своей роли."

Но откуда же взялись эти удивительные утверждения? Из каких-то теоретических соображений или какие-то эксперименты определяют, что динамика геометрии происходит в "многострелочном времени"?

Это – дань принципу *общей ковариантности* (см. далее раздел 6.6.).

О *многострелочности* времени вроде-бы говорит Специальная теория относительности. Множество движущихся наблюдателей в одной точке пространства имеют каждый свое время. Значит динамика пространства должна описываться одинаково для всех наблюдателей, то есть в *многострелочном* времени. Но откуда это следует? Если процессы каждого движущегося (точечного) наблюдателя развиваются в его собственном времени, почему пространство не может эволюционировать в своем собственном (глобальном) времени?

Эксперименты Майкельсона, Троутона–Нобла и др., положившие начало специальной теории относительности, – это эксперименты с *электромагнетизмом*, демонстрирующие лоренц-инвариантность локальных электромагнитных полей.

Однако уравнения динамики геометрии в принципе не могут быть локально лоренц - инвариантными просто потому, что понятие геометрии пространства не может быть локальным. Самым естетственным и не противоречащим никаким опытам и никаким физическим принципам является не внесение какого-либо нового понятия относительно времени, а сохранение старого, классического, ньютонова абсолютного времени, как времени, в котором и происходит динамика пространства. Множество времен движущихся наблюдателей не противоречит их динамике в собственном времени и никак не противоречит развитию пространства в собственном глобальном времени.

6.5. Триумф ОТО

Идеи геометродинамики существенно пролили свет на абстрактные конструкции ОТО. Привлечение к ним идей фейнмановских интегралов в квантовой физике, казалось, вскоре решит, по крайней мере, в принципе, и проблему построения квантовой теории гравитации. Успехи в космологии, связанные с обнаружением реликтового излучения, фактически подтвердившего динамическую природу пространства, также вселили большой энтузиазм в возможность описания на основе ОТО процессов в далеком прошлом – Большого Взрыва.

Развиваясь теоретически в самых различных направлениях, ОТО всюду демонстрировала математическое изящество вопросов, связанных с искривленным четырехмерным пространством-временем, и "звонок" Мизнера, Торна и Уилера (пространство - время не имеет смысла) оказался заглушенным потоком все новых и новых успехов. Правда, эти успехи оказывались связанными со все более и более усложняющейся, уходящей от анализа физических приципов, математикой. Например, в 1982 году Томимацу и Сато [28] нашли исключительно сложную, но изящную серию осесимметричных вакуумных решений уравнений Эйнштейна.

Все более укреплялось мнение, что вся физика пространства-времени связана со все более усложняющейся математикой. Нужны все более и более "безумные идеи".

В такой победоносной ситуации какой-либо критический анализ основ Общей теории относительности казался совершенно неуместным, особенно после нескольких неудачных попыток такой критики, связанных не с физическими, а формальными математическими принципами (например, требование глобальной Лоренц - инвариантности).

Как писал Бонди [30]:

> "Если теория выглядит не столь уж неприемлемой и ее приложения весьма успешны, то интерес к ее логическому базису мал. Так, критика Беркли динамики Ньютона в свое время практически не оказала какого-либо воздействия, и даже ее воскрешение и усиление Махом двумя столетиями позднее оказало лишь незначительное влияние."

Практические приложения ОТО были далеко не столь успешны, как динамика Ньютона, но математические успехи вокруг нее были впечатляющими, и анализ ее основ действительно казался неуместным.

6.6. Принцип общей ковариантности

В основе ОТО лежат два принципа: физический принцип эквивалентности, фактически идущий еще от экспериментов Галилея, и принцип общей ковариантности.

Основным физическим принципом, приведшим к созданию Общей теории относительности, явился принцип эквивалентности, определивший локальную инерциальную систему, как свободно падающую в гравитационном поле. Взяв на вооружение этот принцип, Эйнштейн в 1911 году [31] предсказал такие важнейшие явления, связанные с гравитацией, как отклонение светового луча, гравитационное красное смещение, замедление хода времени локального наблюдателя.

Основным принципом, заведшим ОТО в тупик, является *принцип общей ковариантности*, не следующий ни откуда: "так получилось исторически". Этот принцип позволил на первых порах связать концы с концами на очень сложном пути построения теории гравитации на основе римановой геометрии.

Принцип эквивалентности вместе с Марселем Гроссманом привел Эйнштейна к представлению об искривленном пространстве, но так как в ту пору, благодаря слишком прямолинейному толкованию Специальной теории относительности, пространства и времени уже не было, а было только четырехмерное пространство-время, то искривленным оказалось именно оно без разделения на пространство и время.

Лоренц в 1904 году ввел для движущихся тел "местное время" и тем дал начало изучению свойств времени движущихся объектов. Однако в трактовке Эйнштейна, действительно сформулировавшего *релятивизм* как отсутствие абсолютных понятий "пространство и время", проблема времени перешла на чисто формальный уровень:

> "Следовало лишь понять, что введенную Г.А. Лоренцом вспомогательную величину, названную им "местным временем", на самом деле следует определить как "время".
>
> Призраки абсолютного движения и инерциальной системы координат могут быть исключены из физики и может быть построена новая релятивистская физика... Законы тяготения, так же, как и все законы природы, долж-

ны быть сформулированы для всех возможных систем координат, в то время как законы классической механики, сформулированные Ньютоном, справедливы лишь в инерциальных системах координат.”
А. Эйнштейн. О принципе относительности и его следствиях. Jahrb. d. Radioactiv. u. Elektronik, 1907, bf 4, 411-462.

Увидев связь однородного гравитационного поля с ускорением, почувствовав большие глубины, содержащиеся в этой связи (принципе эквивалентности), Эйнштейн, стоя на платформе воинствующего релятивизма, пытается трактовать открытый им этот мощнейший физический принцип как дальнейшее развитие своего первого детища:

> “Законы природы следует формулировать так, чтобы они выполнялись относительно произвольно движущихся систем координат.”

Принцип общей ковариантности многократно подвергался критике различных исследователей.

Так Г. Бонди, рассматривая роль ускорения в физических процессах (например, слом пружины часов при больших ускорениях), [30] пишет:

> “Все это не более чем иллюстрация того, насколько физически бессмысленно любое понятие эквивалентности между инерциальными и ускоренными наблюдателями и насколько должен быть лишен смысла любой принцип общей относительности.”

Большое внимание принципу общей ковариантности уделил В.А. Фок [32]. Правда, он критикует не физическую сторону – потерю разделения на пространство и время, – а чисто дидактическую, определенческую сторону принципа общей ковариантности Эйнштейна, трактовку теории как равноправие всех ускоренных наблюдателей. Но единство пространства и времени, неразличимость их поддерживает, не сомневаясь:

> “Искомое обобщение Ньютоновской теории тяготения должно быть ковариантным относительно произвольных преобразований координат.”

Он не сомневается, что теория гравитации есть развитие теории относительности именно в эйнштейновской, а не лоренцевой трактовке:

> “Существование такого "единого абсолютного времени" считалось само собою разумеющимся в старой физике, но отрицается в теории относительности”

И на секунду представив себе *поле Бьерна*, он сразу же отходит от искушения построить глобальную инерциальную систему:

> Нельзя, например, “уничтожить” поле тяготения вокруг земного шара: для этого пришлось бы ввести какую-то “ускоренно сжимающуюся” систему отсчета, что нелепо.

Таким образом, понятия “пространство”, “движение относительно пространства” оказались под запретом без какого-либо существенного анализа. Просто сильным оказался запрет воинствующего релятивизма на анализ основ: как бы не потерять “безумность” основных идей.

> “Мы ясно понимаем, что речь может идти только о движении одного тела относительно некоторого другого тела,”

пишет в своих известных лекциях по теории относительности Г.Вейль ([33], стр. 275).

Но потеря пространства и времени как таковых привело к значительным затруднениям, прежде всего, в построении квантовой теории гравитации, а также в космической динамике, выход из которых, как и в прежние века, стали искать в некоторых “темных субстанциях”.

Как и при создании Общей теории относительности, когда Эйнштейн констатировал существенное изменение воззрений на мир при исключительной малости наблюдаемых эффектов, так и в построении квантовой теории гравитации важнейшую роль пока играет не ее влияние на наблюдаемые явления, а построение общей непротиворечивой конструкции наших представлений о мире.

Триумф математических конструкций, построенных на идеях Общей теории относительности, не привел к созданию на ее основе “рабочего инструмента” наподобие динамики Ньютона. Скорее, ее ждала судьба также математически богатой, но мало имеющей отношения к реальности, электродинамики Гельмгольца, построенной на тщательно разработанной математически теории “упругого эфира”. Для бурно развивавшейся в XX веке космической динамики ОТО не только не стала эффективным базисом, но и в значительной степени оказалась тормозом в понимании космических процессов.

Глава 7

Космическая динамика

7.1. Астрономическая точность

Высочайшим триумфом ньютоновской гравитационной картины мира стало открытие в 1846 г. восьмой большой планеты Нептун. Само существование ее и положение на небе (на определенный момент) было предвычислено по возмущениям, которые она вызывала в движении Урана. Эти загадочные отклонения, замеченные уже в конце XVIII в., пытались объяснять по-разному: одни допускали катастрофическое столкновение Урана с кометой, другие вновь начинали сомневаться в справедливости самого закона всемирного тяготения. Высказывалась гипотеза и о более далекой планете. Эту труднейшую небесно-механическую задачу решили независимо и почти одновременно - сначала, в сентябре 1845 г., молодой кембриджский математик Джон Кауч Адамс (1819-1892) (но его работа до 1850 г. из-за чрезмерной осторожности рецензента, королевского астронома Дж. Эри, не была опубликована), а летом 1846 г.- французский астроном Урбен Жан Жозеф Леверье (1811-1877). По указанию последнего планета и была обнаружена 23 сентября 1846 г. берлинским астрономом Г. Галле всего в 52' от расчетного места, как звездочка 8m. Имя для планеты было традиционно взято из греческой мифологии. [34]

Это был триумф не только ньютоновой динамики. Так как она строится для движения тел в евклидовом пространстве, это было и доказательство того, что пространство является с высокой точностью евклидовым даже в масштабе Солнечной системы.

Однако, изучая, как в случае с Ураном, другие несоответствия движения планет с теорией Ньютона, Леверье нашел аномалии и в движении самой близкой к Солнцу планеты – Меркурия. Как и положено по первому закону Кеплера, также выведенному Ньютоном из законов механики, Меркурий движется по эллипсу. Однако за 300 лет со времен Тихо Браге, начавшему систематические наблюдения над Меркурием, большая полуось этого эллипса повернулась приблизительно на 42 угловые секунды в направлении вращения планеты, что противоречит теории Ньютона, по которой эта полуось должна оставаться неподвижной.

Множество гипотез, прежде всего, о нахождении еще более близкой к Солнцу планеты пришлось отвергнуть, так как они не объясняли имеющихся расхождений, но создавали новые. В 1915 году Альберт Эйнштейн, вычислив поправки к Ньютоновым законам движения, предписываемые только что созданной им Общей теорией относительности, с великолепной точностью вычислил наблюдаемую величину поворота орбиты Меркурия.

Казалось, что евклидова геометрия и ньютонова динамика с поправками от Общей теории относительности теперь уже достаточны для точного описания космической динамики.

Но с начала XX века астрономы, благодаря созданию зеркальных телескопов с диаметром зеркала более метра начали изучать галактики. В 1916 году в США в обсерватории Маунт-Вильсон был введен в строй телескоп с диаметром зеркала 2.5 метра. Развитие техники строительства телескопов привело к изучению галактик. Оказалось, что Вселенная построена из множества хотя и случайно, но довольно равномерно рассыпанных *галактик.* И вот в наблюдаемом строении галактик, в галактических масштабах стали наблюдаться странности, не объясняемые ни ньютоновой механикой, ни Общей теорией относительности.

Мы видели уже (см. стр. 71), что деформация пространства требует огромнейших энергий, определяемых множителем $c^4/(16\,\pi\,k)$. Именно поэтому в ближайшей окрестности (размерами в Солнечную систему, Галактику) пространство является в высшей степени евклидовым. Однако в космических масштабах накапливаются достаточные энергии, чтобы оживить степени свободы пространства, чтобы оно не представлялось как “унылая бесструктурная однородность”, о которой с тоской писал еще Беркли, а как сложный динамический объект с наблюдаемым в космической динамике явлениями, “странными” с точки зрения физики в обычном евклидовом пространстве.

Различные физические степени свободы оживают на своих определенных масштабах: при разработке компьютерных микросхем никто не учитывает поле тяготения, ибо на столь малых масштабах, за ничтожные отрезки времени его влияние на движение электронов в микросхеме ничтожно. Однако в масштабе комнаты поле тяжести уже существенно: "... упали со стола, упали и разбились..." Эта компонента поля тяготения вплоть до масштабов солнечной системы действует как единственная. Но в масштабе галактик возникают уже вихревые поля скоростей, трактуемые сейчас в рамках ОТО как "темная материя". Наконец, в масштабе всей Вселенной действует конформная компонента, приводящая к однородному расширению Мира в целом, на тот же манер объясняемая в ОТО как "темная энергия".

Мы не будем здесь подробно описывать всю совокупность наблюдаемых "странностей" современной космической динамики, количество которых существенно возросло в самом конце прошлого и в начале нашего века вследствие существенного развития космической астрономии, за счет обилия данных, получаемых летающими космическими обсерваториями, днем и ночью передающими информацию о проявлении жизни различных частей звездного неба, прежде всего, в широчайшем диапазоне электромагнитных волн – от γ-излучения до радиоволн. Эти летающие обсерватории (общего назначения – "Хаббл", "Чандра", – специализированные – например, "Cassini", "Huygens", "WMAP") непрерывно передают информацию земным компьютерам, устанавливающим корреляцию между этими сигналами, идентифицирующими космические объекты. Об этом написаны прекрасные обзоры.

Мы сосредоточим внимание на нескольких принципиальных явлениях, непонятных без включения в рассмотрение динамики пространства:

- Темная материя.
- Темная энергия.
- Космическая синхронизация.

С точки зрения динамики пространства в глобальном времени все эти явления связаны со степенями свободы трехмерного пространства, в то время как в космической динамике, основанной на ОТО, они требуют введения каких-то новых субстанций с неестественными свойствами.

Следует вообще отметить, что хотя все экспериментаторы, занимающиеся космической динамикой, делают обязательные реверансы в сторону Общей теории относительности, отмечая, что она якобы является основой современной космологии, язык, на котором они ведут описание, начиная с первой работы Фридмана, – это динамика пространства (трехмерной сферы, трехмерного пространства Лобачевского) во времени (*в глобальном времени*, хотя такой термин и не применяется) – “13 миллиардов лет назад” без указания наблюдателя, что недопустимо в ОТО. Правда потом, задним числом, чтобы не прогневить “самую совершенную теорию”, вводится некоторый наблюдатель, покоящийся относительно центра масс реликтового излучения, но какое он может оказать влияние на динамику Мира в целом? А если, например, мир замкнут – слегка деформированная трехмерная сфера, – где у нее центр масс? Если к введению такого наблюдателя применить методологию Маха, требующую изгонять из науки все выдуманные конструкции, то такой наблюдатель и должен быть изгнан первым.

7.2. “Темная материя”

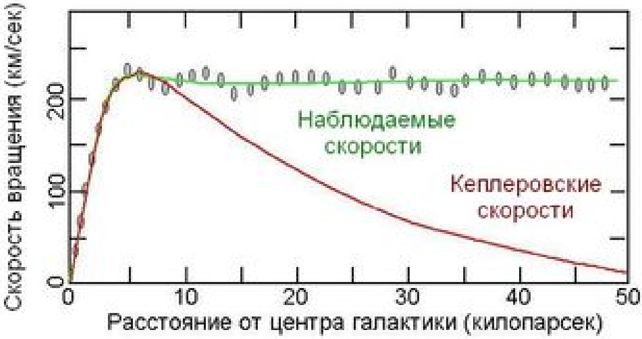
Гипотеза о существовании “темной материи” – некоторого непонятного, невидимого вещества – была выдвинута еще в двадцатые годы прошлого века, когда начали изучать вращение нашей и других галактик. Позже ее “существование” было обнаружено в скоплениях галактик.

Наиболее заметной особенностью галактик является их вращение. Около половины всех галактик являются представителями так называемых, *спиральных галактик* (см. рисунок на обложке). Спектроскопическими методами надежно доказано, что спиральные галактики вращаются, о чем свидетельствует и их вид.

Вопрос, “почему они вращаются”, оказался перекрытым другим вопросом: “почему они *так* вращаются”.

Установлено, что в спиральных галактиках звезды действительно вращаются вокруг центра галактики. Однако должны быть огромные центростремительные силы для удержания звезд на круговых орбитах, но вещества в галактиках, по оценкам астрономов, явно не хватает для создания таких гравитационных сил.

Даже если допустить, что в центрах спиральных галактик находятся массивные черные дыры – очень модное допущение, – то скорости звезд к периферии галактики должны достаточно быстро убывать, что противоречит наблюдениям.



Для удержания на круговых орбитах периферийных звезд в соответствии с формулой Гюйгенса (1.2) практически в каждой спиральной галактике вещества должно быть раз в пять больше, чем оцениваемая видимая масса. Хотя сами методики оценки масс допускают 100-процентные погрешности, несоответствие законов динамики имеют в разы большие погрешности и только в одну сторону – в сторону нехватки массы.

Гипотеза о существовании "темной материи" была выдвинута еще в двадцатые годы XX в. Позже ее "существование" было обнаружено в скоплениях галактик, о чем свидетельствовали скорости отдельных галактик. В 1937 г. Фриц Цвикки провел наблюдения относительных скоростей галактик в скоплении Волос Вероники и получил такой же непонятный результат: наблюдаемой массы (полученной по суммарным светимостям галактик и их красному смещению) недостаточно для удержания галактик, движущихся с замеренными скоростями. Но этот факт как бы подтверждал предыдущий: просто галактики раз в пять массивнее, чем это замеряется по светящейся массе за счет все той же "темной материи".

Как выходить из подобных ситуаций, научились несколько столетий назад (теплород, электрические флюиды и пр.). Этот дефицит и назвали "темной материей". Масса в галактике раз в пять больше, чем масса ее звезд. За счет сосредоточенной в ней "темной материи". Только что созданная Общая теори относительности не нашла в себе динамических переменных для объяснения обнаруженных явлений и покорно согласилась с "темной гипотезой".

Масса в любой галактике раз в пять больше, чем масса ее звезд за счет "темной материи". Но и в Нашей Галактике, в Солнечной системе она должна бы иметься. Нет. Динамика в самой Солнечной системе идет так, как будто никакого не то что обилия, а вообще присутствия какой-либо посторонней материи нет.

“Свыше 99.8% массы Солнечной системы заключено в Солнце, а на все планеты остается менее 0.2%. Общая масса комет, астероидов, спутников и метеоритов составляет менее 0.001%. [35]”

Леверье открыл Нептун и вращение перигелия Меркурия. Но он не знал, что сделал еще одно важное открытие – доказал отсутствие в Солнечной системе “темной материи”: массы, так или иначе возникающие в Солнечной системе, приводят к сбою движения планет от расчетных орбит, что сразу замечается астрономами. Наличие значительного количества “темной материи” привело бы к полному разнобою в движении планет.

Все это видится как проблема, когда, в соответствии с ОТО, вся динамика пространства связана только с веществом. В ТГВ решения с искривленным пространством могут существовать вообще без вещества (см. стр. 69), а звезды могут служить лишь визуализаторами вихрей пространства: по первому закону Ньютона, если звезд мало и они слабо влияют друг на друга, звезда вообще покоится относительно пространства, закрученного в “вихрь”. Вращаются не звезды относительно пространства, а само пространство в себе, вовлекая в это вращение почти покоящиеся относительно него звезды.

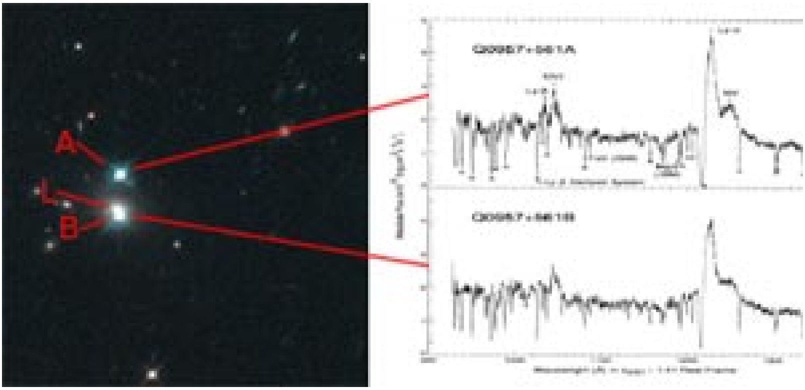
Видимо, полученные недавно фотографии космической обсерваторией Хаббл, и дают картину такого космического вихря:

Мы смотрим на прекрасный земной пейзаж: лесок, хуторок с домиками, шоссе, по которому мчатся автомобили, лужок, на котором пасутся коровы и овцы. Но вдруг небо темнеет, приближается вихрь, втягивающий в себя и дома, и автомобили, и коров, и овец. Это торнадо.

Вряд ли кто-либо будет строить динамику торнадо, исходя из сил взаимодействия между коровами, автомобилями и деревьями. Теорией торнадо занимаются гидродинамики, прежде всего создавая математическую модель идеального вихря. То, что в торнадо попала корова, слабо искажает рассчитанные гидродинамиком поля скоростей и давлений. Но суть торнадо – в гидродинамике.

Если принять во внимание динамику самого пространства, то галактические вихри – это вихри самого пространства, лишь визуализируемые звездами, как пыль и коровы, захваченные торнадо, делают его видимым.

В современной астрономии исключительно интересное явление представляют "космические линзы", в которых одни и те же звезды видны двукратно и даже четырехкратно. Этот эффект говорит о том, что пространство в этой области сильно искажено, сильно отличается от евклидова – как свили на стекле. При описании распространения света в вихревом поле, как раз возникает удвоение изображения объекта.



Подтверждение того, что это изображения одного и того же объекта, астрономы получают, изучая спектры.

7.3. "Темная энергия"

Решение Фридмана (6.15), полученное в 1922 году и представляющее наш Мир как расширяющееся однородное пространство, объясняло обнаруженное экспериментально разбегание галактик (см. стр. 51).

В решении Фридмана расстояния между галактиками растут не вследствие движения галактик, а за счет изменения радиуса Мира. Начальная точка – Большой Взрыв (Big Bang) – это точка равенства нулю масштаба Мира. Многолетние астрофизические замеры Хаббла сомкнулись с теоретической моделью изменения масштаба Мира.

В метрике Фридмана (6.10) $g^{00} = 1$ – с точки зрения ТГВ это значит, что он работает в глобальном времени. Более того, $g^{0i} = 0$ – это значит, что поле скоростей равно нулю – он работает в *глобальной инерциальной системе.*

Поэтому решаемые им уравнения (10 уравнений Эйнштейна) не совпадают с уравнениями ТГВ только в десятом уравнении, в котором ρ – плотность вещества в пространстве:

$$G_0^0 = \frac{8\,\pi\,k}{c^2}\,\rho. \tag{7.1}$$

В ТГВ этого уравнения нет (там всего девять уравнений – по числу переменных, описывающих пространство), а вместо него имеется *выражение для плотности суммарной энергии*:

$$\varepsilon = -\frac{c^4}{8\,\pi\,k}\,G_0^0 + \rho\,c^2. \tag{7.2}$$

С точки зрения ТГВ десятое уравнение Эйнштейна (7.1) – это требование равенства нулю суммарной плотности энергии – пространства и вложенной в него прочей материи, являющееся следствием принципа общей ковариантности ОТО.

Наблюдения показывают, что геометрия мира близка к плоскому, то есть, с точки зрения ОТО, плотность вещества приблизительно должна равняться критической (6.16). Однако, оцениваемая астрономами плотность видимой материи и межзвездного газа составляет лишь 1-4% от критической плотности. Это значит, что десятое уравнение Эйнштейна (7.1) не выполняется – несоответствие 25-100 – кратное. Правда, воспоминание о "темной материи", якобы скрытой в галактиках, увеличивает плотность раз в пять-шесть, но и эта гипотетическая плотность составляет 25-30% от критической, так что десятое уравнение Эйнштейна не выполняется “всего” в 3-4 раза (погрешность 200-300%).

Однако и эта очевидная невыполнимость десятого уравнения может быть с легкостью “объяснена”: около 70% всего вещества составляет некоторая “темная энергия”, распространенная в Мире исключительно однородно. В динамике ОТО важна не только средняя плотность энергии, но и ее распределение. Материя, в основном, сосредоточена в галактиках, а между галактиками расширение пространства в соответствии с уравнениями ОТО может идти только за счет анизотропии, однако не наблюдаемой. Так что “темная энергия” должна быть распределена так, чтобы суммарная плотность энергии в Мире была однородна.

Как описывают ее теоретики, для этого она должна обладать совершенно фантастическим уравнением состояния

$$\varepsilon = -p. \tag{7.3}$$

Но производная

$$\frac{d\,p}{d\,\varepsilon} = \frac{v^2}{c^2},$$

определяет в данной среде скорость звука v, которая для такой среды должна быть мнимой. Это гарантирует невозможность малых изменений плотности, которые должны бы тогда распространяться с мнимой скоростью. Но это совершенно определенно говорит о том, что “темная энергия” не может состоять их каких-либо атомов или элементарных частиц, которые в некотором начальном условии можно было бы распределить неоднородно. Поэтому решение проблемы возможно лишь через полевые переменные. В ТГВ – это глобальный конформный множитель.

Полученные в ТГВ конформно-плоские решения (см. стр. 67) содержат константу интегрирования M, знак которой противоположен знаку энергии пространства. Решения с положительным значением константы M (с отрицательной плотностью энергии пространства) свободно переносятся в Общую теорию относительности: достаточно добавить к решению для пространства пылевидную материю, тензор энергии-импульса которой содержит только компоненту энергии и в выбранной системе координат добавляет только к десятому уравнению положительную константу – плотность энергии пыли, – чтобы суммарная энергия оказалась равной нулю. При этом зависимость метрики от времени не меняется.

Однако имеются решения и с отрицательной константой M – положительной плотностью энергии пространства (4.17). Так как плотность энергии известных видов материи (кроме самого пространства) положительна, то никакое добавление какой-либо материи не может привести суммарную плотность энергии к нулю: такие решения являются специфическими решениями ТГВ и не переносимы в ОТО. Такие решения обладают двумя важнейщими чертами:

- Они не обладают сингулярностями. Мир сжимается до минимального (конечного) радиуса, определяемого плотностью энергии, а затем опять расширяется.

- Скорость расширения Мира возрастает с ростом масштаба, в то время как для всех решений, переносимых в ОТО, эта скорость по мере расширения падает (см. стр. 68).

Это последнее свойство обращает на себя внимание в связи с обнаружением группами исследователей Supernova Cosmology Project и High Supernova именно ускорения расширения Мира по наблюдениям над вспышками суперновых звезд в удаленных галактиках (см. [37]).

7.4. Космологическая синхронизация

Одной из сложных проблем, возникающих в космологии, построенной на базе ОТО, является проблема изотропности нашего Мира, проявляющейся, прежде всего, в высокой степени изотропности реликтового излучения. Это так называемая проблема горизонта (см., например, [37]):

> “Суть ее сводится к вопросу: каким образом различные части Вселенной взаимодействовали между собой в начальной стадии расширения. Известно, что никакой физический процесс не может распространяться быстрее светового сигнала, поэтому в каждый момент времени от возникновения существует максимальное расстояние, называемое горизонтом, на которое этот процесс успел распространиться, а зная время отделения реликтового излучения от вещества $t \sim 10^5 - 10^6$ лет (время начала рекомбинации водорода в первичном нуклеосинтезе), мы можем определить размер горизонта в этот момент – он не больше чем $v\,t$ (v – скорость света в том веществе, где этот

> процесс рекомбинации шел, причем $v \leq c$). Далее в рамках рассматриваемой модели было подсчитано, что масштабный фактор $a(t)$ в это время во много раз превышал размер горизонта: $a(t) > v\,t$, отсюда следует, что между источниками реликтового излучения, находившихся, например, на противоположных концах небесной сферы, не было никакой причинной связи и эти источники ничего не "знали" друг о друге. Тогда, спрашивается, каким образом в них могли установиться почти одинаковые условия при отделении реликтового излучения от вещества, а это излучение, как уже отмечалось, в высшей мере однородно и изотропно во всех направлениях небесной сферы."

В ТГВ "синхронизатором" является само пространство. Полевая динамика совершается в соответствии с уравнениями поля, и хотя малые возмущения поля передаются со скоростью, не большей скорости света, изменение общей конфигурации поля не требует передачи каких-либо сигналов.

Более того, для описания (и установления) термодинамического равновесия (или квазиравновесия) необходимо пространство. В локальных законах Общей теории относительности статистическое понятие температуры просто бессмысленно.

Глава 8

Квантовая динамика

Исходным физическим уравнением для построения квантовой теории любой системы – одной частицы, нескольких частиц, поля, системы полей – является *уравнение Шредингера*

$$i\,\hbar \frac{d\,\Psi}{d\,t} = \hat{H}\,\Psi. \tag{8.1}$$

Вектор состояния Ψ (для частицы – волновая функция) зависит от времени и *квантовых переменных* q (координат частицы, напряженности поля) и на современном уровне знаний имеет довольно странный физический смысл – вероятностный:

$$dP = |\Psi(t, q)|^2\, dq \tag{8.2}$$

– это дифференциал вероятности того, что переменная q находится в интервале dq в окрестности заданного значения.

Изменение вектора состояния с течением времени определяется уравнением Шредингера (8.1), в котором $\hat{H}$ – квантовый гамильтониан, получающийся из классического, зависящего от координат и импульса, заменой импульса на оператор дифференцирования

$$\hat{p} = \frac{\hbar}{i}\,\frac{\partial}{\partial p}.$$

Описанная технология квантовой механики носит *рецептурный* характер, однако восьмидесятилетняя история показала ее работоспособность: и в описании спектров атомов, молекул, больших молекул, и в описании, например, фотоэффекта, и в квантовой теории твердого тела, на которой строится вся современная микроэлектроника. Квантовая электродинамика совместно с термодинамикой великолепно объясняет спетральное распределение теплового излучения. *Квантовая механика работает.*

В XX веке было предпринято немало попыток как-то сходу *объяснить* физический смысл волновой функции: как волны-пилота, ведущей классическую частицу (один из создателей квантовой механики Луи Де-Бройль), как статистическое свойство множества (*ансамбля*) частиц и пр. Однако никакого выхода за описанные рецепты (если не считать неверных, расходящихся с экспериментом предсказаний) они не дали. И современная *позитивная* точка зрения состоит просто в принятии описанных рецептов и развитии математических методов их реализации (не путать с *позитивистской*, утверждающей, что другого уровня и быть не может).

Однако, если вспомнить упомянутые выше пути от открытия Пифагором законов гармонии до решения Даниилом Бернулли задачи о колебаниях струны (свыше 2000 лет), расчет Ньютоном эпициклов Птолемея (1500 лет), то, видимо, не следует делать некоторых *окончательных* утверждений о структуре квантовой механики, а пользоваться тем аппаратом, который есть в наших руках и наблюдать, наблюдать, развивать математику и сравнивать.

В середине XX века как математически законченная теория, с любой нужной точностью согласующаяся с экспериментом, была построена квантовая электродинамика (квантовая теория системы с бесконечным числом степеней свободы), описывающая взаимодействие электронов (и позитронов) с электромагнитным полем: рассеяние электронов, рождение и аннигиляция электрон-позитронных пар. Были разработаны мощные математические методы как преодоления возникающих бесконечностей (теория перенормировок), так и полного описания (фейнмановские диаграммы).

Большие успехи были достигнуты и в распространении методов квантовой электродинамики на слабые взаимодействия. Казалось, что вот-вот и будет построена *квантовая теория всего.* В это *все* должна, конечно, входить и квантовая теория гравитации. Оптимизма добавляла разработанная Арновиттом, Дезером и Мизнером техника записи уравнений Эйнштейна как динамических, наподобие уравнений Гамильтона в механике, правда *со связями*, одной из которых оказывалось равенство нулю гамильтониана.

8.1. Квантовая теория в ОТО

Прежде чем анализировать трудности построения квантовой теории гравитации на основе идеологии ОТО, посмотрим на мнения энтузиастов за последние десятилетия. Вот хронологический ряд некоторых высказываний специалистов ОТО по квантовой теории гравитации:

1970 г. Д. Брилл, Р. Гоуди [27]:

“В настоящее время не имеется удовлетворительной строгой квантовой теории гравитационного поля. Существуют лишь разрозненные куски, собранные в двух разделах – ОТО и квантовой теории поля. Отсутствует какое-либо согласие в выборе правильного пути объединения этих разделов в единую картину.”

1975 г. С. Хокинг [38]:

“Несмотря на большой объем проведенной в последние 15 лет работы, ..., я, вероятно, не погрешу против истины, если скажу, что еще нет вполне удовлетворительной и непротиворечивой квантовой теории гравитации.”

1979 г. Х.-Ю. Тредер [39]

“Тем не менее физический смысл квантованной гравитации остается, по-видимому, таким же проблематичным, как и прежде.”

1982 г. Н. Биррел, П. Девис [40]

“В отсутствие жизнеспособной квантовой теории гравитации можно ли вообще что-либо сказать о влиянии гравитационного поля на квантовые явления?”

1997 г. К. Ровелли [41]

“Проблема нахождения квантовой теории гравитационного поля и таким образом, понимания, что такое квантованное пространство - время, пока еще остается открытым.”

2004 г. Г. Дэйт, Г.М. Хоссэн [42]

“Несмотря на приложенные огромные усилия, к сожалению, мы до сих пор не имеем полностью удовлетворительную квантовую теорию гравитации.”

2006 г., май. А. Аштекар [43]

“Девяносто лет спустя наше понимание физического мира значительно богаче, но полностью удовлетворительное объединение общей теории относительности с квантовой физикой пока нас обходит.”

Трудности в построении квантовой теории гравитации представим в виде таблицы (в сравнении с ТГВ)

Трудность	ОТО	ТГВ
Однозначность времени	-	+
Не равный нулю гамильтониан	-	+
Размерность квантуемой метрики	4	3
Усложнение координатными преобразованиями	+	+

Формально главной трудностью является равенство нулю гамильтониана в ОТО, не допускающее описания квантовой динамики на основе уравнение Шредингера, а приводящее к независимости вектора состояния от времени. Это совершенно естественно, так как время в ОТО – это не объективная реальность, с изменением которой происходит вся динамика Мира, а любая формальная переменная, формальная координата, “многострелочная” конструкция Уилера (см. стр. 107). Поэтому уравнение (8.1) переходит в уравнение

$$\hat{H}\,\Psi = 0. \tag{8.3}$$

Однако, с физической точки зрения, главной проблемой является понимание *объекта квантования*: так как квантовым объектом в ОТО является четырехмерная метрика, некоторым квантованным объектом предстает и само время. Чтобы не разбираться в этом, исследователи предпочитают создавать все более и более математически сложные объекты: петлевую квантовую гравитацию, теорию квантованных струн и пр. Достаточно простые вопросы о физическом объекте кажутся наивными на фоне решаемых в этих теориях сложных математических проблем.

8.2. Квантовая теория гравитации в ТГВ

Проблемой в квантовой теории в первую очередь является понимание самого объекта квантования.

В ТГВ квантовая теория гравитации, как и квантовая теория других полей, например, квантовая электродинамика, строится на основе уравнения Шредингера (8.1), определяющего динамику *вектора состояния* пространства (и других полей) Ψ в глобальном времени. Вектор состояния является функционалом от трехмерного метрического тензора, а с учетом трех уравнений связей при произвольном векторном поле $V^i(x)$, буферизирующем произвол в выборе координат, определяет вектор состояния как функционал только от пространства.

Вероятностная трактовка вектора состояния определяет вероятность той или иной конфигурации пространства, выделяет наиболее вероятную и ближайшую (вероятностную) окрестность.

Как, например, и в квантовой электродинамике, можно ставить стационарную задачу. Вследствие сохранения значения гамильтониана (энергии) для решения динамической задачи нужно сначала решить стационарную задачу

$$\hat{H}\,\Psi_n = E_n\,\Psi_n, \tag{8.4}$$

а затем представить общее решение как суперпозицию стационарных состояний Ψ_n.

8.3. Квантовая космология

Превращение классической задачи конформной динамики как теории поля в динамику системы с одной степенью свободы (см. раздел 4.4.) позволяет более серьезно, чем просто от безнадежности, решать аналогичную одномерную задачу квантовой механики – квантовой космологии.

Рассмотрим компактную космологическую модель фридмановского типа, однородную и изотропную с пространством в виде трехмерной сферы, учитывающую из геометрии пространства только изменение радиуса r.

Гамильтониан (в планковской системе единиц, где $c = 1,\ \kappa = 1,\ \hbar = 1$ – см. [17])

$$H = -\frac{p_r^2 + r^2}{2\,r}. \tag{8.5}$$

Волновая функция является функцией времени и радиуса сферы r, переменные разделяются. Обозначая штрихом производную по радиусу, симметризуя $\hat{p}^2/r$, получаем стационарное космологическое волновое уравнение с искомыми уровнями энергии E:

$$u'' - \frac{u'}{r} + (-r^2 + q^2)\,u = 2\,r\,E\,u. \tag{8.6}$$

В окрестности нуля это уравнение принимает асимптотический вид

$$u'' - \frac{u'}{r} = 0,$$

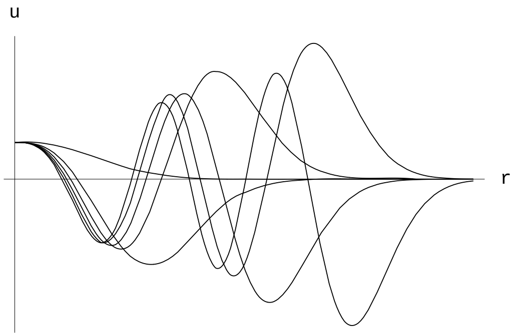
с решениями в степенном виде $u = r^k$ и приводится к алгебраическому $k\,(k-2) = 0$, так что особая точка $r = 0$ является регулярной с показателями 0 и 2, а решения распадаются на две серии по поведению в окрестности нуля: как $(r)^0 = \mathrm{const}$ и как r^2. Для изучения квантовой проблемы Большого Взрыва представляет интерес первая серия, так как для нее плотность вероятности в нуле конечна, а во второй всегда равна нулю.

Собственные значения энергии для первых восьми таких функций приведены в таблице:

n	E
1	-0.977722
2	-3.05247446
3	-4.16434141
4	-5.03491431
5	-5.77537028
6	-6.43100378
7	-7.02566164
8	-7.57373725

Все собственные значения энергии отрицательны. Представленные результаты получены численным интегрированием.

Первые шесть (ненормированных) функций приведены на графике:



Функции *нормируются* делением каждой на корень из ее нормы

$$N_j^2 = \int\limits_0^\infty u_j(r)^2\, dr.$$

Для анализа динамики радиуса интересен оператор радиуса

$$r_{ij} = \int\limits_0^\infty r\, u_i(r)\, u_j(r)\, dr.$$

При количестве функций, по которым проводится разложение, $n = 8$, собственные значения этой матрицы равны

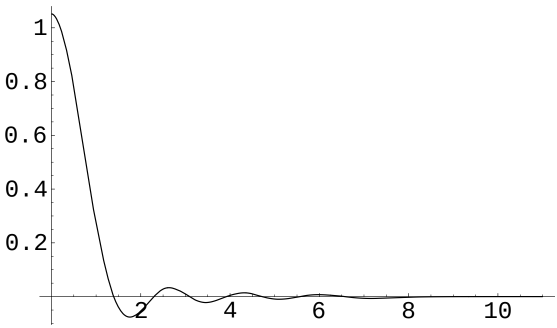
(0.51, 1.7, 2.6, 3.4, 4.2, 5.0, 5.8, 6.8).

С увеличением n (числа функций) минимальное собственное значение уменьшается, а максимальное растет, так что их произведение приблизительно остается чуть больше π. Поэтому квантовые эффекты не предотвращают Большой Взрыв, а с учетом того, что постоянная Планка в системе единиц Хевисайда имеет размерность квадрата длины, приводят к гипотезе о некотором *космологическом соотношении неопределенностей*:

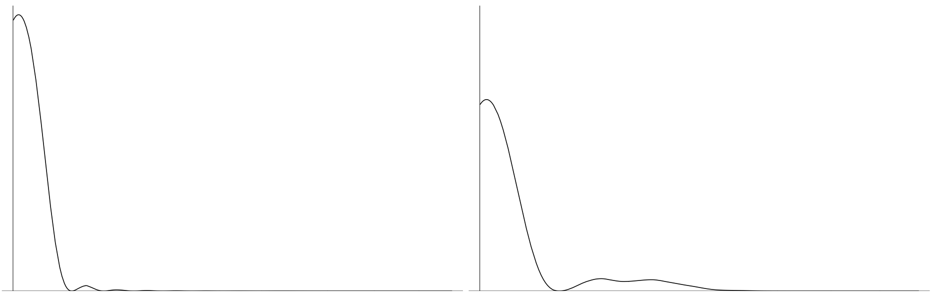
> Произведение максимального и минимального радиусов Мира не меньше $\pi\,\hbar$.

Каждая волновая функция осциллирует с частотой, пропорциональной энергии, представленной в таблице. Эти частоты не кратны друг другу, как в осцилляторе или струне, поэтому волновой пакет, представляемый их суперпозицией, имеет некоторую непериодическую динамику.

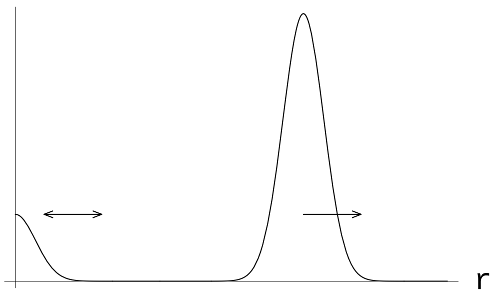
Для задания начального волнового пакета рассмотрим конечномерное подпространство собственных функций Радиуса Мира, определяемых дифференциальным уравнением (8.6). Зададимся, например, подпространством из восьми функций. По этим функциям вычисляется матрица r_{kl} размерности 8×8. Ее минимальное собственное значение равно $r_{min} = 0.9016$, а соответствующий нормированный собственный вектор раскладывается по собственным функциям гамильтониана. Эта собственная функция имеет следующий вид:



В отличие от осциллятора, значения энергий (и, соответственно, частоты) ее восьми составляющих не кратны друг другу и динамика пакета непериодична. Сначала пакет сдвигается в сторону больших масштабов и расширяется. Затем он расщепляется на две компоненты, одна из которых начинает двигаться в сторону больших радиусов, описывая фридмановское расширение мира. Однако вторая возвращается в сторону малых радиусов и в дальнейшем совершает самостоятельную динамику в области малых радиусов. Мы приводим графики плотности вероятности:



Эта картина заставляет переосмыслить квантовый вариант развития нашего мира. С квантовой точки зрения плотность вероятности Радиуса Мира может представляться в простейшем случае следующей картиной:



Имеется, по крайней мере, две области, где плотность вероятности заметно отлична от нуля: правая область фридмановского расширения и левый пакет, совершающий колебания в окрестности нулевого радиуса. Оба этих пакета существуют **одновременно**.

С точки зрения квантовой механики в какой-либо задаче, например, твердого тела, подобное поведение плотности вероятности не вызвало бы серьезных вопросов. Однако применительно к Радиусу Мира – уникальной, единственной переменной – вопросы возникают. Каков же Радиус Мира *для нас?* Если с каким-то средним значением и малыми флуктуациями вокруг него как-то можно смириться, то как трактовать одновременную вероятность двух существенно различных радиусов? Что будет, если измерить Радиус Мира? Произойдет редукция волнового пакета либо в область больших, либо в область малых радиусов?

Ответ состоит в том, что *Радиус Мира непосредственно измерить невозможно.* Хаббл его не измерял, а судил о нем по свойствам фотонов, идущих от удаленных галактик. Эти фотоны также подчиняются квантовой теории и на их квантовое поведение, доступное нашему измерению, может влиять как область больших, так и малых радиусов, но при фиксации фотона никакой редукции волновой функции Радиуса Мира не происходит.

Подавляющее количество квантовых переменных никем не наблюдается. Их квантово-механическое поведение проявляется лишь через их влияние на малое число наблюдаемых переменных. Радиус Мира с квантово-механической точки зрения может иметь достаточно *размазанные* значения, но это может вызвать лишь специфику в наблюдаемом (или еще не наблюдавшемся) поведении наблюдаемых объектов (фотонов, космических частиц).

Достаточно прозрачно выглядит квантовая теория слабого гравитационного поля, описывающего малые отклонения от плоского евклидова (трехмерного) пространства. Однако построение полной квантовой теории гравитации, учитывающей всевозможные неоднородные конфигурации пространства, потребует значительного развития математических средств. Если квантовая электродинамика строилась на основе математического представления одной частицы (фотона, электрона), представляемой плоской волной в евклидовом пространстве, то деформации самого пространства требуют другого языка описания.

Глава 9

Заключение

В 1665-м году молодой Ньютон, размышляя над формулой центростремительного ускорения, понял, что сила, удерживающая Луну на околоземной орбите, имеет ту же природу, что и сила, приводящая к падению яблока, но при удалении от Земли она должна ослабевать по "естественному" закону $1/r^2$. Для проверки этого открытия ему понадобилось знание ускорения свободного падения на поверхности Земли g, замеренное Галилеем, период обращения Луны T, расстояние до Луны L и радиус Земли, замеренные еще Аристархом Самосским и Эратосфеном:

$$\frac{1}{L}\left(\frac{2\,\pi\,L}{T}\right)^2 = g\,\frac{R^2}{L^2}.$$

Он получил хорошее согласие "в принципе" и для себя понял, что идея верная. Однако подставленные данные приводили не к равенству, а давали ошибку около 15%. Понимая, что такая огромная ошибка связана с неточностью знания входящих в нее констант, он не стал публиковать свои результаты [5].

Мы увидели, что стандартная космическая динамика не согласуется с Общей теорией относительности не на 15%, а в 15-20 раз. Молодой Ньютон, слабо еще искушенный в научной деятельности, не догадался до "темной материи", которая объяснила бы любые расхождения теории с наблюдаемыми данными. Скорее наоборот, видя, как ученые его времени все явления объясняют невидимыми субстанциями, понимая, что сам-то он нашел ключ к изучению Природы, он выдвинул свой знаменитый тезис: "Гипотез не строю".

Теория гравитации Ньютона-Лапласа оперирует только одним гравитационным потенциалом. В Общей теории относительности количество полевых переменных резко увеличилось: четырехмерный метрический тензор имеет 10 компонент. Однако они никак не используются в космической динамике, где явно не хватает степеней свободы, проявляющихся во вращающихся галактиках, скоплениях галактик, расширяющемся Мире – и приходится добавлять “темные материю и энергию”.

Причину этого несложно понять, если на Общую теорию относительности посмотреть с точки зрения Теории глобального времени. Формально ТГВ наложила всего одно ограничение на четырехмерную метрику Эйнштейна: $g^{00} = 1$. Но благодаря этому ограничению пропало и одно уравнение. Но какое уравнение! Требование равенства нулю плотности энергии, всюду и всегда! Это результат взятого ниоткуда в ОТО требования общей ковариантности теории.

Круг решений резко сузился. Вихревые решения (4.19) имеют положительную плотность энергии и с точки зрения ОТО должны быть отброшены, хотя их суть – вращающиеся вихри в пространстве – явный кандидат на понимание процессов в спиральных галактиках и скоплениях галактик.

В космологических задачах пропал целый класс решений с положительной энергией, не имеющий сингулярностей и единственный, приводящий к ускорению расширения. Фридмановские решения с отрицательной энергией можно сохранить, если в них добавить пыли в таком количестве, чтобы суммарная энергия равнялась нулю. Именно отсюда возникла проблема “критической плотности”. Вакуумные решения в ОТО отсутствуют.

Представим себе решенную Ньютоном задачу Кеплера с дополнительным требованием равенства нулю энергии: пропали эллиптические орбиты планет, кометы, улетающие на бесонечность с конечной скоростью. Только движения по параболе, хотя и в них есть немало интересного.

И при построении квантовой теории гравитации ОТО упирается в тупик гамильтониана, равного нулю.

Этих сложностей нет в Теории глобального времени, но это результат не какого-то хитроумного усложнения теории, а результат построения ее как *физической теории*. ТГВ вводит в рассмотрение физический объект: **пространство**. Если забыть, или не принимать всерьез рассуждения Маха и Пуанкаре о том, что пространство – “лишь способ упорядочивания материальных тел”, а отнестись к нему так, как уже давно диктуют данные космической динамики – как к самостоятельному материальному полю со своими динамическими уравнениями и своей плотностью энергии, то все “темные субстанции” испаряются и на сегодняшний день теоретического аппарата вполне хватает, чтобы описывать тонкие эффекты космической динамики.

Общая теория относительности отличается от ТГВ в своем стартовом, метафизическом основании: исходным в ней является *наблюдатель*. Сначала оказывается, что множество наблюдателей, движущихся с разными скоростями, оказавшиеся в одной точке пространства – времени, имеют каждый свое время. Тем более, для наблюдателей в разных точках пространства понятие одновременности оказывается бессмысленным. И объединение множества наблюдателей в разных точках оказывается возможным лишь на основе принципа общей ковариантности.

Стартовой, метафизической основой ТГВ является объективный Мир, определяемый пространством, динамически развивающимся во времени. В этом пространстве находятся другие физические поля и тела, наличие которых также вносит специфику в динамику пространства. Наблюдатели – это также некоторые тела в пространстве – и каково соотношение их локальных времен с глобальным временем определяет Специальная теория относительности. Именно пространство делает Мир единым, а не совокупностью неких реальных или виртуальных наблюдателей.

Так как решения ОТО содержатся в решениях Теории глобального времени, а движение тел и света определяется локальным пространством Минковского, то все эффекты ОТО (отклонение света Солнцем, вращение перигелия Меркурия) полностью переносятся в эту новую теорию.

Основным поворотным моментом от птолемеевых эпициклов к ньютоновой динамике стала гелиоцентрическая система Коперника, определившая мировое пространство как основной конструктивный элемент Мира, перемещения в котором подчиняются динамическим законам, открытым впоследствии Ньютоном. Поворот произошел не только в смене центрального светила. Коперник распутал эпициклы в простые круговые орбиты в трехмерном евклидовом пространстве Солнечной системы — появилась возможность, реализованная Ньютоном, определить динамические законы движения планет. Появилась *физическая картина Мира* вместо *математической* картины Птолемея. Законы Птолемея движения планет по эпициклам записаны абстрактно, нигде, на бумаге, на небесах. Законам Ньютона подчиняются конкретные материальные тела.

Если наблюдается какое-нибудь явление, то должен быть носитель этого явления.

Если говорить об Общей теории относительности, то уравнения Эйнштейна, как и законы Птолемея, написаны на небесах, на бумаге, нигде. Подчиняющаяся им метрика четырехмерного пространства не есть динамически развивающееся поле, а определена сразу во все времена: и в сколь угодно далеком прошлом, и в сколь угодно далеком будущем. Как бы ни были красивы те или иные математические законы (эпициклы Птолемея, уравнения Эйнштейна), за ними стоит объективный Мир, конструкцию которого мы пытаемся понять. Часто используемое введение в динамику: "имеется бесконечно много равноправных инерциальных систем", служит надежной базой для использования математических методов, однако отводит от проблемы структуры пространства и времени.

Уравнениям Теории глобального времени подчиняется физический объект – трехмерное физическое пространство. Почти сто лет ОТО удерживала исследователей от изучения трехмерного пространства. Этот пробел нужно восполнять.

Что касается времени, то в данном исследовании показано, что динамика пространства, (с точки зрения ОТО – четырехмерная геометрия пространства-времени) совершенно независима от релятивистских законов движения материальных точек в заданном пространстве - времени – это разные разделы физики. "Многострелочное время" Мизнера, Торна, Уилера – это красивая фантазия, "безумная идея", опровергаемая космологией: изучая красные смещения в спектрах удаленных звезд, галактик или квазаров, астрономы полагают, что в любом направлении с расстоянием L связаны сдвиги времени испускания световых сигналов $\triangle t = L/c$ без какой-либо "многострелочности". Последовательное проведение в физику идеи "многострелочности" вообще приводит к утверждению: "Время не течет" [44, 41].

Подчеркнем еще раз, что Специальная теория относительности, с которой связаны преобразования Лоренца, четырехмерная метрика, – это локальный остов пространства и времени, уточнение ньютоновой конструкции *относительного пространства* и *относительного времени*, никак не затрагивающие глобальную конструкцию.

Человек рождается, живет, умирает. Кому-то 20 лет исполнилось 1000 лет назад, кому-то — 100 лет назад, кому-то сегодня. Человек меряет течение жизни своим возрастом, самым существенным для него "относительным временем". Но это никто (почти) не трактует как отсутствие истории, глобального исторического времени. Глобальное и локальное не исключают друг друга, а находятся в тесном диалектическом взаимодействии.

В настоящее время не только нет никаких фактов или логических доводов (кроме *научного суеверия*), ставящих под сомнение динамику физического пространства в глобальном времени, но, наоборот, проблемы космической динамики и квантовой теории гравитации однозначно приводят к этой физической теории, совершенно определенно показывают невозможность их решения на формальном пути Общей теории относительности.

Автор благодарен В.А. Муравьеву, прочитавшему рукопись и сделавшему ряд ценных замечаний, и особенно благодарен рецензенту С.Ю. Губанову, тщательно рукопись проработавшему, замечания которого привели книгу к значительно более связному виду. Запоздалая, но необходимая благодарность В.А. Журавлеву, чье участие в издании монографии [15] сделало возможной работу над данной книгой.

Список литературы

[1] Декарт Р. *Избранные произведения.* М., 1950.

[2] Ньютон Ис. *Математические начала натуральной филососфии.* Пер. с латинского А.Н. Крылова. Петроград, 1915.

[3] Мах Эрнст. *Механика.* М.- Ижевск: НИЦ РХД, 2000.

[4] Ленин В.И. *Материализм и эмпириокритицизм.* М.: ИПЛ, 1965.

[5] Кудрявцев П.С. История физики, т. 1. М.: Учпедгиз, 1956.

[6] Мах Э. *Популярные лекции по физике.* М.- Ижевск: НИЦ РХД, 2001.

[7] Беркли Дж. *О движении. Сочинения.* М.: Мысль, 1978. С. 361-388.

[8] Матвеев А.Н. *Механика и теория относительности.* М.: Высшая школа, 1986.

[9] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Механика.* М.: Наука, 1958.

[10] Арнольд В.И. *Математические методы классической механики.* М.: Наука, 1974.

[11] Пуанкаре А. *Последние мысли.* М.- Ижевск: НИЦ РХД, 2002.

[12] Лобачевский Н.И. *Полн. собр. соч.*, т. 1-5. М.: Гостехиздат, 1946 – 1951.

[13] Rieman B. Nachr. K. Ges. Wiss. Göttingen, Bd. **13**, 133-152 (1868). [Перевод: Сб. ст. *Альберт Эйнштейн и теория гравитации.* М: Мир, 1979, 18-33.]

[14] Клиффорд В. *О пространственной теории материи.* В сб. *Альберт Эйнштейн и теория гравитации.* М.: Мир, 36-37 (1979)

[15] Бурланков Д.Е. *Время, пространство, тяготение.* Москва-Ижевск: РХД, 2006.

[16] Whittaker E.T. *A Treatise on the Analitical Dynamics of particles and rigid bodies.* Cambridge Univ. press, 1927. [Перевод: Уиттекер Э.Т., *Аналитическая динамика.* Ижевск: НИЦ РХД, 1999.]

[17] Бурланков Д.Е. *Динамика пространства.* Нижний Новгород: ННГУ, 2005.

[18] Бурланков Д.Е. //УФН, 2004. Т. **174**, вып. 8. С. 899-910.

[19] Soldner J. In *Berliner Astronomisches Jahrbuch.* 161, Academie – Verlag, Berlin, 1801.

[20] Lorentz H.A. //Proc. Acad. Sci., 1904. V **6**. Amsterdam. P. 809. [Перевод в сб. *Принцип относительности. Сборник работ классиков релятивизма.* М.-Л., 1935.]

[21] Пуанкаре А. [Перевод в сб. *Принцип относительности. Сборник работ классиков релятивизма.* М.-Л., 1935.]

[22] Misner C.W., Thorne K., Wheeler J.A. *Gravitation.* San Francisco: Freeman, 1974. [Перевод: Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. *Гравитация.* М.: Мир, 1977.]

[23] Einstein A., M. Grossmann. //Z. Math. und Phys., 1913, V. **62**, 225-261. [Русский перевод: Эйнштейн А. *Собрание научных трудов* т. **1**, 227-266 М.: Наука, 1966.]

[24] Painlevé P. //C.R. Acad. Sci. (Paris), 1921, V. **173**, P. 677.

[25] Friedman A. //Zs. Phys., 1922. V. **10**, 376. [Перевод: Сб. ст. *Альберт Эйнштейн и теория гравитации.* М.: Мир, 320-329, 1979.]

[26] Arnovitt R., Deser S., Misner C.W. //Phys. Rev., 1959, V. **116**, 1322.

[27] Brill D.R., Gowdy R.H. //Rep. Progr. Phys., 1970, V. **33**, 413.

[28] Tomimatsu A., Sato H. //Phys. Rev. Lett., 1972, V. **29**, 1344.

[29] Misner C.W. //Phys. Rev., 1969, V. **186**, 1319.

[30] Бонди Г. В кн. *Астрофизика, кванты и теория относительности*, М.: Мир, 1982. С. 469-497.

[31] Einstein A. //Ann. Phys., 1911, V. **35**, 898-908. [Русский перевод: Эйнштейн А. *Собрание научных трудов* т. **1**, 165-174 М.: Наука, 1966.]

[32] Фок В.А. *Теория пространства, времени и тяготения.* М.: ГИФМЛ, 1961.

[33] Вейль Г. *Пространство, время, материя.* М.: Янус, 1996. [Weyl H. *Raum, Zeit, Materie.* Berlin: Springer - Verlag, 1923.]

[34] http://www.astrogalaxy.ru

[35] Кауфман У. Планеты и Луны. М.: Мир, 1982.

[36] Караченцев И., Чернин А. *Острова в океане темной энергии.* //В мире науки, 2006, №11.

[37] Барбашов Б.М., Первушин В.Н., Проскурин Д.В. *Экскурс в современную космологию.* //ЭЧАЯ, 2003, Т.**34**, вып. 7.

[38] Hawking S.W. //Commun. math. Phys., 1975, V. **43**, 199.

[39] Тредер Х.-Ю. *Физический смысл квантования гравитационных полей.* В кн. *Астрофизика, кванты и теория относительности*, М.: Мир, 1982. С. 469-497.

[40] Birrell N.D., Davies P.C.W. *Quantum fields in curved spaces.* Cambridge: CUP, 1982. [Перевод: Биррелл Н., Девис П. *Квантованные поля в искривленном пространстве-времени.* М.: МИР, 1984.]

[41] Rovelli C. *Loop Quantum Gravity.* Liv. Rev. Relat. **1**, 1, 1998; arXiv: gr-qc/9710008.

[42] G., Hossain G. M. *Genericity of Big Bounce in isotropic loop quantum cosmology.* 2004; arXiv: gr-qc/0407074.

[43] Ashtekar Abhay. *Gravity, Geometry and the Quantum.* arXiv: gr-qc/0605011 v1, 1 May 2006.

[44] Дейч Д. Структура реальности. М.- Ижевск: РХД, 2001.

Дмитрий Евгеньевич Бурланков

ПРОСТРАНСТВО, ВРЕМЯ,
КОСМОС, КВАНТЫ

Редактор Е.В. Тамберг

Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать офсетная. Уч.-изд. л. 9,4. Усл. печ. л. 8,3. Тираж 250 экз.
Заказ

Издательство Нижегородского государственного университета
им. Н. И. Лобачевского
603950, Н. Новгород, пр. Гагарина, 23.

Типография ННГУ. Лицензия ПД № 18-0099 от 04.05.2001
603000, Н. Новгород, ул. Б. Покровская, 37