

Ньютоновская гравитация как градиент времени: слабополевой предел ОТО, метрическая цена пространства и эффект Шапиро

Андрій Лемешко

доктор філософії, доцент, Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ORCID: 0000-0001-8003-3168

Финальная редакция v10 · август 2026

Аннотация

Показывается, что в слабополевом статическом пределе общей теории относительности гравитационное ускорение медленно движущихся тел определяется градиентом временной компоненты метрики g_{00} , или эквивалентно градиентом локального lapse N . Это не альтернативная теория и не метафорическая переинтерпретация, а прямое следствие уравнения геодезической: в нерелятивистском режиме члены, содержащие пространственные скорости, подавлены степенями v/c , и на ведущем порядке остаётся вклад Γ^i_{00} , задаваемый g_{00} . Исторически эта граница видна уже в расчёте Эйнштейна 1911 года: временная, «ньютоновская» часть даёт половину отклонения света у Солнца, тогда как полная ОТО 1915 года, включающая пространственную метрику, даёт удвоенное значение, подтверждённое наблюдениями 1919 года. Дополнительно обсуждается физический смысл результата. Популярная аналогия с шаром на резиновой поверхности полезна для визуализации искривления, но не объясняет причину падения: шар катится в лунку только при наличии уже заданной внешней силы. В ньютоновском секторе ОТО эта недостающая сила имеет точный источник: градиент хода времени. Поэтому ньютоновский сектор можно понимать как источник эффективной силы тяжести для медленной материи, тогда как полный эйнштейновский сектор задаёт полную форму гравитационной «лунки»: её временную глубину, пространственный размер и оптическое действие на свет. Вводится также осторожная «дырочная» аналогия: в пассивном ньютоновском секторе нет необходимости вводить новую частицу-носитель темпорального заряда; роль носителя отклика можно интерпретировать как саму связанную энергию материи, то есть массу, описываемую в языке эффективной темпоральной полости.

Ключевые слова: слабополевой предел ОТО; геодезическое уравнение; гравитационное красное смещение; lapse; отклонение света; PPN-параметр γ ; ньютоновский сектор; дырочная проводимость; гравитационное замедление времени.

1. Введение

Популярные изложения общей теории относительности почти всегда начинают с геометрии: четырёхмерное многообразие, тензоры, искривлённое пространство-время как единое целое. Из этого легко сделать вывод, что представление о гравитации как о градиенте темпа времени является лишь вольной философской картинкой. Это не так.

Из геодезического уравнения ОТО напрямую следует, что в статическом слабом поле и при малых скоростях $v \ll c$ ведущий вклад в ускорение свободного падения определяется временной компонентой метрики, или lapse N . Члены геодезического

уравнения, содержащие пространственные скорости, имеют дополнительные множители порядка v/c и исчезают на ведущем нерелятивистском порядке. Поэтому речь идёт не о новом постулате, а о стандартном ньютоновском пределе ОТО.

В слабых статических полях, например на поверхности Земли, утверждение «гравитационное ускорение медленно движущегося тела определяется градиентом хода времени» является строгим математическим фактом самой ОТО. Это и есть её ньютоновский предел. Дальнейшие разделы показывают это по шагам: сначала через критику популярной резиновой аналогии, затем исторически, на примере раннего расчёта Эйнштейна, и наконец математически, через уравнение геодезической.

При этом важно сразу ограничить область утверждения. Формула «гравитация — это градиент времени» точна для медленно движущейся материи в слабом статическом поле. Она не заменяет полную ОТО. Свет, эффект Шапиро, вращающиеся источники и гравитационные волны требуют пространственной, смешанной и динамической частей метрики. Именно поэтому статья различает два уровня: ньютоновский сектор как источник эффективной силы тяжести для медленной материи и полный эйнштейновский сектор как полную форму гравитационной геометрии.

2. Почему образ «шара в лунке» недостаточен

Одна из самых известных популярных картинок гравитации — шар на резиновой поверхности. Большой шар создаёт углубление, а малый шарик катится к нему. Как визуализация искривления эта картинка полезна. Но как причинное объяснение гравитации она содержит скрытую проблему.

Шар катится в лунку не потому, что сама лунка обладает силой. Он катится потому, что уже существует внешняя сила тяжести, которая прижимает шар к резиновой поверхности и заставляет его двигаться вниз по уклону. Без этой внешней силы резиновая лунка не заставила бы шар падать. Поэтому такая аналогия фактически объясняет гравитацию через уже предположенную гравитацию.

В ньютоновском секторе ОТО ситуация устроена иначе. Здесь не требуется внешняя сила, которая дополнительно «толкает» тело в геометрическую яму. Для медленно движущейся материи роль этой силы выполняет градиент хода времени. Масса-энергия изменяет метрику; метрика задаёт неодинаковый ход локальных часов; градиент этого хода часов создаёт ускорение.

$$\text{масса-энергия} \rightarrow g_{\{\mu\nu\}} \rightarrow N(x) \rightarrow \nabla N \rightarrow a$$

Здесь $N(x)$ — локальный lapse, то есть темп статических часов относительно выбранного времени. В слабом статическом поле ведущая ньютоновская сила для медленной материи определяется именно градиентом этого lapse:

$$a = -c^2 \nabla \ln N.$$

Поэтому более точная популярная формулировка звучит так: гравитация в ньютоновском секторе — это не шар, падающий в пространственную лунку, а движение медленной материи в градиенте локального хода времени.

3. Исторический путь: 1907–1919

Исторически этот вывод не является ретроспективной фантазией. Ранний путь Эйнштейна к гравитации действительно начинался с изменения хода времени и распространения света в гравитационном поле ещё до полной римановой геометрии 1915 года.

В период 1907–1912 годов у Эйнштейна ещё не было окончательной геометрической формы ОТО. В статье 1911 года «О влиянии силы тяжести на распространение света» он вводит зависимость скорости света от гравитационного потенциала и, используя принцип Гюйгенса, впервые вычисляет ожидаемое отклонение луча звезды, проходящего у края Солнца.

Численный результат Эйнштейна 1911 года, около 0.83 угловой секунды, совпадает с чисто ньютоновским расчётом отклонения света как частицы. Это не случайность: теория, где фактически работает только временная часть гравитации, по построению даёт ньютоновский вклад.

К 1915 году, построив полную геометрическую версию теории, где искривлены не только часы, но и пространственная часть метрики, Эйнштейн получил вдвое большее значение — около 1.75 угловой секунды. Разница возникает потому, что для света временной и пространственный вклады оказываются равными по величине.

Экспедиция Артура Эддингтона к островам Принсипи и в Собрал в 1919 году, наблюдавшая солнечное затмение, дала результаты, совместимые именно с удвоенным, полным эйнштейновским значением. Поэтому исторический урок таков: временная часть объясняет ньютоновский вклад, но полная релятивистская оптика требует также пространственной кривизны.

4. Математическое доказательство: уравнение геодезической

Уравнение движения свободно падающего тела в ОТО — уравнение геодезической:

$$d^2x^\mu/d\tau^2 + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}(dx^\alpha/d\tau)(dx^\beta/d\tau) = 0. \quad (1)$$

Переход к производной по координатному времени t выполняется в ведущем нерелятивистском порядке $v \ll c$. В этом приближении члены с пространственными скоростями подавлены, и пространственная часть уравнения геодезической сводится к

$$d^2x^i/dt^2 \approx -c^2 \Gamma^i_{00}. \quad (2)$$

Ключевое замечание: это подавление не является дополнительным приближением или новым физическим постулатом. Это обычный нерелятивистский предел геодезического уравнения: члены, содержащие пространственные скорости, имеют дополнительные множители порядка v/c или $(v/c)^2$, тогда как ведущий член содержит Γ^i_{00} и определяется временной компонентой метрики.

В статическом слабом поле соответствующий символ Кристоффеля выражается через производную временной компоненты метрики:

$$\Gamma^i_{00} = -(1/2) \eta^{ij} \partial_j g_{00}. \quad (3)$$

Подстановка даёт ускорение через градиент только временной компоненты метрики:

$$a = (1/2)c^2 \nabla g_{00}. \quad (4)$$

При стандартном слабополевым виде

$$g_{00} = -(1 + 2\Phi/c^2)$$

получается ровно закон Ньютона:

$$a = -\nabla\Phi. \quad (5)$$

То же самое можно записать через lapse N . В слабом поле $N \approx 1 + \Phi/c^2$, поэтому

$$a = -c^2 \nabla \ln N. \quad (6)$$

Этот вывод важен тем, что он не является новой силовой гипотезой. Он следует из самой геодезической динамики ОТО в статическом слабом поле. Для медленных тел пространственные компоненты скорости малы, поэтому ведущий вклад в ускорение даёт именно g_{00} , или эквивалентно lapse N . Пространственная часть метрики не исчезает из теории, но она не участвует в ведущем ньютоновском ускорении медленной материи.

5. Что заставляет тело падать в «лунку»?

Теперь можно точно ответить на вопрос, который резиновая аналогия оставляет без ответа. Какая сила заставляет тело падать в лунку? В ньютоновском секторе ОТО ответ ясен: это градиент локального хода времени.

В популярном языке можно сказать так: ньютоновский сектор даёт «силу», которая заставляет тело падать в лунку. Полный эйнштейновский сектор задаёт саму геометрию лунки: её временную глубину, пространственный размер и оптическое действие на свет.

Ньютоновский сектор — это причина падения медленной материи.

Эйнштейновский сектор — это полная форма гравитационной лунки.

В строгом языке это означает следующее. Ньютоновский сектор соответствует временной части метрики:

$$g_{00} \quad \text{или} \quad N(x).$$

Он отвечает за ускорение медленной материи:

$$N(x) \rightarrow \nabla \ln N \rightarrow a.$$

Полный эйнштейновский сектор включает не только временную, но и пространственную, смешанную и динамическую части метрики:

$$g_{00} + g_{ij} + g_{0i} + \text{динамика } g_{\mu\nu}.$$

Он нужен не для того, чтобы медленное яблоко начало падать: ведущая причина такого падения уже содержится в g_{00} . Он нужен для полной геометрии: для отклонения света, эффекта Шапиро, frame-dragging и гравитационных волн. Поэтому слово «усиление» корректно прежде всего для оптического случая: временная часть даёт половину отклонения света, а пространственная часть добавляет второй равный вклад.

Важно не смешивать два языка. В полном языке ОТО свободно падающее тело не «толкается» силой: оно движется инерциально по геодезической. Но в ньютоновском языке, привязанном к покоящемуся наблюдателю, это же геодезическое движение описывается как ускорение под действием силы тяжести. Настоящая статья показывает, что эта эффективная ньютоновская сила имеет временную природу: она возникает из

градиента локального хода часов. Поэтому резиновая лунка без временного уклона остаётся только картинкой геометрии; именно g_{00} -сектор превращает её в динамическую гравитационную воронку для медленной материи.

Кривизна сама по себе не является ньютоновской силой, действующей на отдельную частицу. Кривизна задаёт геометрическую структуру и проявляется, в частности, через приливные эффекты и относительное отклонение соседних геодезических. Силовой язык появляется только при описании свободного геодезического движения из системы покоящегося наблюдателя.

Проще говоря: пространственная лунка показывает, куда искривлена геометрия; временной уклон объясняет, почему медленное тело туда падает. Временной уклон обеспечивает ньютоновское падение медленной материи, а пространственная кривизна задаёт полную геометрическую и оптическую структуру гравитационной лунки.

Точнее, для света пространственную часть метрики не следует описывать как дополнительную ньютоновскую силу. Она не заставляет свет локально двигаться быстрее или медленнее c . Её роль оптическая: она изменяет пространственную, или оптическую, длину пути. В этом смысле гравитационное отклонение света можно описывать как преломление в эффективной оптической геометрии, а не как силу, тянущую фотоны к поверхности.

Эту аналогию нужно использовать осторожно. В отличие от обычного материального преломления, ведущий вакуумный результат ОТО недисперсионен: разные длины волн в пределах геометрической оптики следуют одним и тем же нулевым геодезическим. Частотно-зависимая интерференция, дифракция или радужная структура могут возникать только в волново-оптических режимах гравитационного линзирования или в реальной диспергирующей среде, но не как ведущий вакуумный эффект отклонения.

6. Что является носителем отклика на градиент времени?

Если гравитационное ускорение медленно движущейся материи определяется градиентом локального хода времени, возникает естественный вопрос: что именно откликается на этот градиент?

В электромагнетизме электрическое поле действует на электрический заряд:

$$F = qE.$$

В гравитации нет необходимости вводить новую частицу-носитель «темпорального заряда». Роль такого носителя уже выполняет сама материя как связанная энергия. Здесь полезна аналогия с дырочной проводимостью в полупроводниках.

Дырка в полупроводнике не является фундаментальной частицей. Это отсутствие электрона в заполненной электронной среде. Тем не менее дырка ведёт себя как эффективный положительный носитель заряда и участвует в электрическом токе. Аналогично, гравитационный отклик на градиент времени можно понимать не как действие на новую частицу, а как действие на локальную область связанной энергии — на эффективную темпоральную полость материи.

Атом в таком языке есть переносимая область связанной энергии. Его масса — не «твёрдая субстанция» в примитивном смысле, а мера энергии, заключённой в устойчивую структуру. Поэтому носителем ньютоновского гравитационного отклика является не отдельный хронон и не новая частица, а сама масса-энергия тела.

Точнее, под темпоральной полостью здесь понимается не пустота и не новая субстанция, а осторожный язык для описания массы-энергии как носителя отклика на градиент хода времени. Энергия атома — ядерная, электронная, полевая и энергия связи — образует его массу-энергию. В этой интерпретации связанная энергия рассматривается как носитель локального темпорального отклика, то есть отклика, связанного с временной компонентой слабополевой метрики. Поэтому темпоральная полость возникает не как добавка к атому, а как интерпретационный смысл самой массы: масса есть мера связанной энергии, а связанная энергия является носителем локального гравитационного отклика.

$$Q_T \sim E/c^2.$$

В пассивном ньютоновском секторе это просто обычная гравитационная масса:

$$Q_T = M.$$

Статус аналогии.

Эта аналогия не доказывает существование новой микроскопической среды времени, не выводит слабый принцип эквивалентности из первых принципов и не вводит новый экспериментально независимый заряд. В пассивном ньютоновском секторе запись $Q_T = M$, если она используется, является не новым предсказанием, а конститутивной перезаписью уже известного равенства инертного и гравитационного отклика. Иными словами, это не вывод слабого принципа эквивалентности, а его интерпретация: та же связанная энергия, которая задаёт инертную массу тела, выступает носителем его пассивного гравитационного отклика.

Тогда вес записывается без новой физики:

$$W = Mg.$$

Вес — это не константа тела, а сила отклика его темпоральной полости на внешний градиент хода времени. Постоянной характеристикой тела в этом приближении остаётся его масса-энергия; вес же возникает только при помещении этой массы-энергии в конкретное гравитационное поле, то есть в конкретный градиент хода времени.

Новым здесь является не закон силы, а интерпретация его носителя: материя выступает как локальная темпоральная полость — область связанной энергии, с которой связано локальное замедление времени, — а вес выступает как действие внешнего градиента хода времени на эту полость. Эта аналогия не меняет закона Ньютона и не вводит новую частицу; она только объясняет, что в ньютоновском секторе роль носителя отклика выполняет сама масса-энергия тела.

7. Точная граница применимости

Предыдущие разделы не означают, что вся гравитация сводится только к g_{00} . Они означают более точную вещь: в ведущем порядке для медленно движущейся материи достаточно временной компоненты метрики. Для света и других релятивистских явлений требуется также пространственная часть метрики.

Пространственная кривизна не является пренебрежимо малой по величине. В слабом поле возмущения g_{00} и g_{ij} имеют один и тот же порядок, примерно Φ/c^2 . Ошибочно говорить, что «почти вся геометрия — это время». Корректное утверждение другое:

пространственная кривизна не входит в уравнение движения медленного тела на ведущем ньютоновском порядке, но она входит в оптику и полную релятивистскую картину.

Таким образом, для медленной материи g_{00} даёт эффективное ньютоновское ускорение. Для света и других волн требуется уже не только временная, но и пространственная часть метрики: $g_{00} + g_{ij}$ задают оптическую геометрию, определяющую отклонение луча и задержку Шапиро.

В слабом поле пространственную часть метрики удобно записать в PPN-виде

$$g_{ij} = (1 + 2\gamma q_N)\delta_{ij}, \quad q_N = GM/(rc^2) = -\Phi/c^2 > 0.$$

Поэтому вблизи массы, где $q_N > 0$, метрическая цена одного и того же координатного пространственного отрезка возрастает. Для фиксированного координатного dx собственная, или оптическая, длина пути оказывается больше, чем в плоском фоне, где $g_{ij} \rightarrow \delta_{ij}$.

Именно это следует понимать под осторожной фразой «пространство около массы растянуто». Речь не о наглядном растяжении резиновой поверхности и не о новом силовом действии на свет, а о том, что один и тот же координатный путь имеет большую метрическую длину вблизи массы, чем вдали от неё.

Эффект Шапиро следует понимать в том же языке. Свет не замедляется как частица под действием силы: локально он по-прежнему движется со скоростью c . Задержка возникает потому, что для удалённого наблюдателя возрастает оптическое время пути: временная часть метрики замедляет ход часов, а пространственная часть увеличивает метрическую длину пути.

В стандартной шварцшильдовской записи это видно напрямую:

$$g_{rr} = 1/(1 - r_s/r) > 1, \\ d\ell_r = dr/\sqrt{1 - r_s/r} > dr.$$

То есть вблизи массы радиальное собственное расстояние больше соответствующего плоского координатного расстояния. Вдали от массы эта пространственная добавка не превращается в новое «расширение», а стремится к нулю:

$$g_{rr} \rightarrow 1, \quad N \rightarrow 1.$$

Иными словами, вдали метрика возвращается к плоскому фону. Поэтому эффект Шапиро — это не силовое торможение света, а увеличение оптического времени пути в области, где одновременно замедлен ход часов и возрастает пространственная метрическая цена пути.

Наблюдаемая / режим	Что участвует
Медленное тело (яблоко, GPS-спутник в ньютоновском приближении, планетарные орбиты)	Ведущий вклад даёт g_{00} или lapse N . Ускорение: $a = -c^2 \nabla \ln N$.
Свет / ультрарелятивистская материя (отклонение света, эффект Шапиро)	Требуются g_{00} и g_{ij} . В ОТО пространственный вклад добавляет вторую половину эффекта.
Вращающийся источник (например, Земля)	Дополнительно появляются g_{0i} : гравитомагнитные и frame-dragging эффекты.
Гравитационные волны	Нужна динамика метрики, тензорные степени свободы; один статический временной градиент недостаточен.

Современная проверка соотношения временного и пространственного вкладов выполнена, в частности, в экспериментах типа Cassini по эффекту Шапиро. Результаты

ограничивают PPN-параметр γ около значения $\gamma = 1$, что соответствует полной эйнштейновской пространственной реакции, а не только временной части.

8. Что остаётся за рамками этой картины

Во-первых, разбиение метрики на «временную» и «пространственную» части зависит от выбора координат. В настоящей статье оно используется в стандартном слабополевым статическом смысле, где такое разбиение имеет ясную операционную интерпретацию через статические часы и ньютоновский предел.

Во-вторых, у вращающихся источников появляются смешанные компоненты g_{0i} . Они не сводятся ни к простому замедлению времени, ни к статической пространственной кривизне. Такие эффекты измерялись, например, в экспериментах по frame-dragging.

В-третьих, динамические гравитационные волны требуют тензорных степеней свободы. Их нельзя вывести из одного только скалярного поля хода времени.

Именно здесь проходит граница между сильной популярной интерпретацией ньютоновской силы и полной теорией гравитации. Объяснить падение медленной материи через градиент времени можно уже в слабополевой ОТО. Объяснить свет, Шапиро, frame-dragging и гравитационные волны через один только временной градиент нельзя: для этого нужен полный эйнштейновский сектор.

9. Экспериментальное подтверждение гравитационного замедления времени

Независимо от вопроса об отклонении света, сам факт гравитационного замедления времени многократно подтверждён экспериментально.

В 2010 году группа NIST сравнила два алюминиевых ионных оптических хронометра, разнесённых по высоте на 33 см, и напрямую зарегистрировала разницу хода часов. Популярная формулировка «голова стареет быстрее ног» относится именно к этому эффекту.

В 2022 году группа JILA измерила гравитационное красное смещение уже на масштабе порядка миллиметра, используя облако ультрахолодных атомов стронция. Это показало, что зависимость хода времени от гравитационного положения имеет прямой лабораторный смысл даже на очень малых высотах.

Эти эксперименты не доказывают новую теорию гравитации. Они подтверждают более базовый факт, достаточный для настоящей статьи: ход времени действительно зависит от гравитационного положения, а значит выражение ньютоновской силы через градиент хода часов имеет физический, а не только формальный смысл.

10. Заключение

Для медленно движущейся материи ускорение свободного падения определяется градиентом временной компоненты метрики. Это не альтернативная теория и не произвольная философская интерпретация, а строгий результат ньютоновского предела общей теории относительности: из геодезического уравнения напрямую следует, что в статическом слабом поле и при малых скоростях ведущий вклад в ускорение определяется g_{00} или lapse N .

Популярная картина шара в пространственной лунке полезна как образ искривления, но не объясняет причину падения: шар катится только при наличии внешней силы. В слабополевым секторе ОТО причинная структура яснее. Ньютоновский сектор даёт «силу», которая заставляет тело падать в лунку. Полный эйнштейновский сектор задаёт саму геометрию лунки: её временную глубину, пространственный размер и оптическое действие на свет.

Коротко это можно выразить так: ньютоновский сектор — это причина падения медленной материи; эйнштейновский сектор — это полная форма гравитационной лунки.

Носителем отклика на градиент времени не нужно объявлять новую частицу. В пассивном ньютоновском секторе эту роль выполняет сама связанная энергия материи, то есть масса. Темпоральная полость в этом языке означает не новую субстанцию, а интерпретационный образ массы-энергии как носителя отклика на внешний градиент локального хода времени. В этом языке вес не является внутренней константой тела: внутренней характеристикой остаётся масса-энергия, тогда как вес есть сила удержания этой массы-энергии в заданном гравитационном поле. Термин «темпоральная полость» не меняет стандартного закона $W = Mg$ и не предполагает управления весом в рамках данной статьи. Он используется только как интерпретационный язык для того, что в пассивном ньютоновском секторе носителем гравитационного отклика является сама масса-энергия тела.

Область применимости этой картины ограничена. Для света, эффекта Шапиро, вращающихся источников и гравитационных волн необходимы пространственная, смешанная и динамическая части метрики. Поэтому формула «гравитация — это градиент времени» является точной для ньютоновского сектора медленной материи, но не заменяет полной общей теории относительности.

Сжато различие можно сформулировать так: g_{00} управляет ньютоновским падением медленной материи, тогда как $g_{00} + g_{ij}$ управляют гравитационным преломлением света и задержкой Шапиро. Первое в ньютоновском языке выглядит как эффективная сила; второе является оптико-геометрическим эффектом, а не силой, действующей на свет в обычном механическом смысле.

Эффект Шапиро показывает ту же границу: свет идёт дольше не потому, что его тормозит сила, а потому, что вблизи массы возрастает оптическая длина и оптическое время пути. Метрическая цена одного и того же координатного отрезка там больше, чем в плоском фоне; вдали от источника эта пространственная деформация исчезает, и метрика возвращается к плоскому виду.

Список литературы

1. Einstein A. Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes. Annalen der Physik, 1911.
2. Einstein A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. Annalen der Physik, 1916.
3. Dyson F.W., Eddington A.S., Davidson C. A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field. Philosophical Transactions of the Royal Society A, 1920.
4. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Gravitation. W. H. Freeman, 1973.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Курс теоретической физики, том 2.
6. Will C.M. The Confrontation between General Relativity and Experiment. Living Reviews in Relativity, 2014.

7. Bertotti B., Iess L., Tortora P. A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft. Nature 425, 374–376, 2003.
8. Chou C.W., Hume D.B., Rosenband T., Wineland D.J. Optical Clocks and Relativity. Science 329, 1630–1633, 2010.
9. Bothwell T., Kennedy C.J., Aepli A. et al. Resolving the gravitational redshift across a millimetre-scale atomic sample. Nature 602, 420–424, 2022.
10. Kittel C. Introduction to Solid State Physics. Wiley. См. стандартное изложение дырок как эффективных носителей заряда в полупроводниках.
11. Ashcroft N.W., Mermin N.D. Solid State Physics. Holt, Rinehart and Winston, 1976.